

Nealgebarski modeli strunastog prostora-vremena

Tristan Hübsch @ Petnica, 2026-10-10

Departments of Physics & Astronomy and Mathematics, Howard University, Washington DC

Departman za Fiziku, Prirodno-Matematički Fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Srbija

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD

<https://tristan.nfshost.com/>

Nealgebarski modeli strunastog prostor-vremena

Program

- Kalibracioni modeli na svetskoj površi strune
- GLSM — fazni dijagram
- GLSM — srodne alternative
- Calabi–Yau/Ricci-ravne hiperpovrši
- Odras u ogledalu

Nealgebarski modeli strunastog prostor-vremena

Program

- Kalibracioni modeli na svetskoj površi strune
- GLSM — fazni dijagram
- GLSM — srodne alternative
- Calabi–Yau/Ricci-ravne hiperpovrši
- Odras u ogledalu

[arXiv:hep-th/9201014](https://arxiv.org/abs/hep-th/9201014)

[arXiv:1606.07420](https://arxiv.org/abs/1606.07420)

[arXiv:1611.10300](https://arxiv.org/abs/1611.10300)

[arXiv:2205.12827](https://arxiv.org/abs/2205.12827)

[arXiv:2403.07139](https://arxiv.org/abs/2403.07139)

[arXiv:2605.06998](https://arxiv.org/abs/2605.06998)

[arXiv:2605.24724](https://arxiv.org/abs/2605.24724)

i citirane reference

...nastavlja se

zahvala: Per Berglund-u

Umesto uvoda

Telefragski

Ricci-ravnost =
Einstein-ove jednačine
bez „materijalne potpore“

- 1974, T. Yoneya, te J. Scherk i J. Schwarz: teorija struna se da primeniti na fundamentalnu fiziku, pa $\alpha' \sim \hbar G_N / c^3 \sim (10^{-35} \text{ m})^2$
- 1984, M. Green i J. Schwarz: *novi* metod za potiranje anomalija
+ D. Gross *et alii*: heterotske strune u $\mathbb{R}^{9,1}$ sa $E_8 \times E_8$
+ P. Candelas *et alii*: $\mathbb{R}^{9,1} \rightarrow \mathbb{R}_{\text{SuSy}}^{3,1} \times \mathcal{Y}$: $R_{\mu\nu}(\mathcal{Y}) = 0$

Usput: Schwarzschild-ovo 1916 rešenje („crna rupa“)

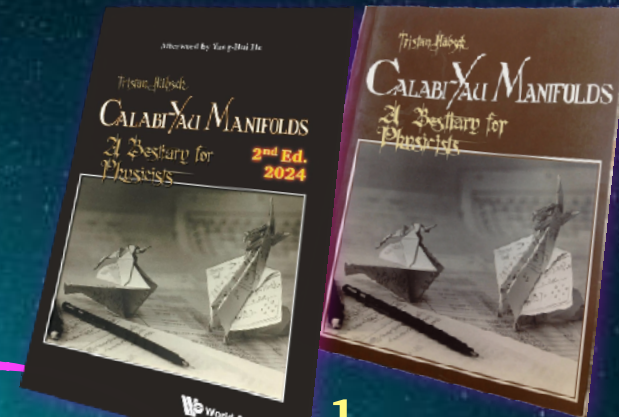
- John L. Synge (1950, Dublin Institute of Advanced Studies):
Schwarzschild-ovo rešenje je nekompletno, ima i drugu „granu“
- Christian Fronsdal (1959, CERN): ponovo otkrio nekompletnost,
i realizovao kao rešenje (kvadratne) algebarske veze/uslova
- Martin Kruskal (Princeton) i nezavisno Szekeres György (Australija)
su našli isto rešenje, što su David Finkelstein i John A. Wheeler
prepoznali i povezali autore $\rightarrow$ „Kruszkal–Szekeres coordinate“

„Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.“

Umesto uvoda

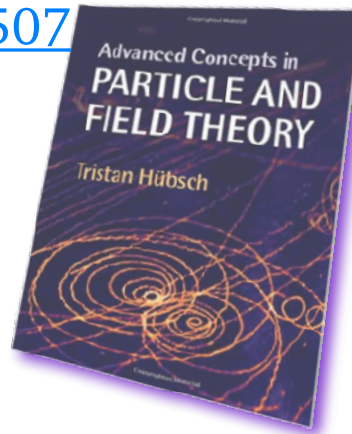
Telefragski

Ricci-ravnost =
Einstein-ove jednačine
bez „materijalne potpore“



- 1974, T. Yoneya, te J. Scherk i J. Schwarz: teorija struna se da primeniti na fundamentalnu fiziku, pa $\alpha' \sim \hbar G_N / c^3 \sim (10^{-35} \text{ m})^2$
- 1984, M. Green i J. Schwarz: *novi* metod za potiranje anomalija
+ D. Gross *et alii*: heterotske strune u $\mathbb{R}^{9,1}$ sa $E_8 \times E_8$
+ P. Candelas *et alii*: $\mathbb{R}^{9,1} \rightarrow \mathbb{R}_{\text{SuSy}}^{3,1} \times \mathcal{Y}$: $R_{\mu\nu}(\mathcal{Y}) = 0$
- 1988, M.J. Bowick i S. Rajeev: $\mathcal{R}_{\mu\nu}[\mathcal{L}(X^{1,9})] = 0$
- 1990, B. Green i R. Plesser: ogledalska dualnost
- 1991, P. Candelas *et alii*: egzaktno rešenje i brojanje linija
- 1992, P. Berglund i TH: transpoziciono-ogledalska dualnost
+ TH: *Calabi–Yau Manifolds: a Bestiary for Physicists*
- 1993, E. Witten: GLSM
+ P. Aspinwall *et alii*: $\} \rightarrow \mathbb{C}$ -algebarska torusna geometrija
- 1994, V. Batyrev: $\mathbb{C}$ -algebarska torusna ogledalska „simetrija“
- 2000, M. Kreuzer i H. Skarke: $\frac{1}{2}$ milijarde 4d politopa

uvreženo u samu
strukturu struna



Kalibracioni modeli struna

Mravlja perspektiva

u klasičnoj mehanici: $\mathbb{R}_\tau^1 = \text{vreme}$

- Sopstveni prostor: Riemann-ova površ, $\Sigma_g, \sim \mathbb{R}_{\tau,\sigma}^{1,1} + \text{gran. uslovi}$
- Vanjski prostor: Lorentz-ovski prostor(vreme), kao ~~$\mathbb{R}^{1,3}$~~
- Preslikavanje: „koordinatna polja,“ $X^\mu(\xi): \Sigma_g \rightarrow \mathbb{R}^{1,3} \times \mathcal{Y}$
- Hamilton-ovo dejstvo: $S := \int_{\Sigma_g} L[X^\mu; \gamma_{ij}(\xi), G_{\mu\nu}(X), \dots]$
- Klasična fizika: $\delta S[X^\mu; \gamma_{ij}(\xi), G_{\mu\nu}(x), \dots] = 0$
 $\leftrightarrow$ Euler–Lagrange jednačine kretanja
- Vanjski žitelji (*mi*) ne merimo „sopstveni Σ_g “ — moramo usrednjiti (Σ_g, γ_{ij})
- osim podataka o „početnim“ i „krajnjim“ stanjima $\rightarrow \sum_{g=0}^{\infty} \int \mathcal{M}_{g;\xi_i,\xi_f} [\dots]$
- Stoga Feynman-ov „integral po istorijama“ $X^\mu(\xi): \Sigma_{g,\gamma} \rightarrow \mathbb{R}^{1,3} \times \mathcal{Y}$

dinamički određuje
vanjski prostor

$$Z[G_{\mu\nu}, \dots] := \iint \mathbf{D}[X] e^{-iS[X^\mu; \gamma_{ij}, G_{\mu\nu}, \dots]/\hbar}$$

$$= \exp\{ -iS_{\text{eff}}[\bar{X}^\mu; \bar{\gamma}_{ij}, \bar{G}_{\mu\nu}, \dots]/\hbar \}$$

Bolja strategija: zadati
 $S[X; \dots]$ simetrijama i
analitičkim uslovima

- Kvantne ($\delta S \neq 0$) fluktuacije „deformišu“ $\{\gamma_{ij}(\xi), G_{\mu\nu}(x), \dots\}$

Kalibracioni modeli struna

Mravlja perspektiva

$$Z[G_{\mu\nu}, \dots] := \iint \mathbf{D}[X] e^{-iS[X^\mu; \gamma_{ij}, G_{\mu\nu}, \dots]/\hbar} \quad x^\mu = \langle X^\mu(\xi) \rangle$$

- Ako $Z[G_{\mu\nu}, \dots] = e^{-iS_{\text{eff}}[\bar{X}^\mu; \bar{\gamma}_{ij}(\xi), \bar{G}_{\mu\nu}(\bar{X}), \dots]/\hbar}$ „renormalizuje“ $G \rightarrow \bar{G}$
- „Renormalizacija“ se računa iterativno, pa uzastopne popravke daju „tok“
- „Renormalizacioni tok“ ima fiksne tačke $\rightarrow$ „kvantna stabilnost“
- 1979, D. Friedan: kvantna stabilnost $O(\alpha') \rightarrow$ Einstein-ove j. za $G_{\mu\nu}$
pre 47 godina!
- Ubrzo uopšten rezultat reprodukuje sve kalibracione interakcije u vanjskoj („našoj“) teoriji polja
- Kvantna stabilnost na sv. površi $\rightarrow$ klasične jednačine kretanja u vanjskom svetu
- Posebni „detalj“: Lorentz-ova grupa na sv. površi je abelovska $\rightarrow$ 1-dim. „irrep“
- Pa su $x^\mu := x_L^\mu + x_D^\mu$ i $\tilde{x}^\mu := x_L^\mu - x_D^\mu$ nezavisne (kiralno udvostručeni vanjski svet)
- sa očiglednom T-dualnošću ($\rightarrow$ ogledalski-simetrična) formulacija struna...
- Teorija struna = višeslojna teorija polja: sv. površ $\rightarrow$ prostor-vreme $\rightarrow$ „moduli“...

proširuje Ehrenfest-ovu teoremu

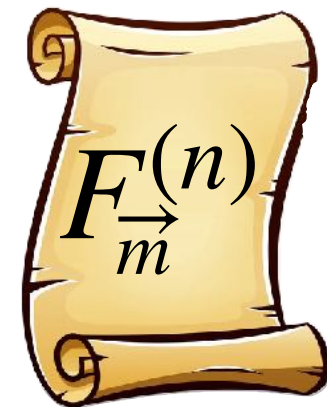
Kalibracioni modeli struna: GLSM

Mravlja perspektiva

- Da se dinamički odredi geometrija/dinamika prostor-vremena gde se struna kreće, moramo početi od *negde* — gde „sve znamo“
- (2,2)-supersimetrični GLSM
 - $n+r$ „kiralnih“ (2,2)-superpolja, $X_i(\xi)$, čije su prve bozonske komponente homogene koordinate ($\mathbb{C}$ n -dim. faktora u vanjskom prostor-vremenu)
 - r „uvijeno-kiralnih“ (2,2)-superpolja, $\sigma_a(\xi)$, za $U(1)^r$ kalibracionu simetriju sa „kiralnim“ kalibracionim parametarskim poljima, $\Lambda_a(\xi)$
 - koje deluju: $X_i \rightarrow \prod_a e^{q_{ai}\Lambda_a} X_i$, pa je $0 \neq e^{\Lambda_a} =: \lambda_a \in \mathbb{C}^\times = U(1; \mathbb{C})$ tj. (2,2)-supersimetrija kompleksifikuje kalibracione simetrije
 - Superpotencijal $W(X) = X_0 f(X)$: $X_0 \approx$ Lagrange-ov množitelj za $f(X) = 0$
- Dakle: $\{f(X) = 0\} \subset \{(X_1, \dots) \in \mathbb{C}^{n+r}\} / (U(1; \mathbb{C}) = \mathbb{C}^\times)^r$
- Uopštenja: $\{f_1(X) = 0\} \cap \{f_2(X) = 0\} \dots, U(1) \rightarrow SU(2), \dots$
- (0,1)-supersimetrija je dovoljna za stabilnost osnovnog stanja

GLSM

$$X_i \rightarrow \prod_a e^{q_{ai} \Lambda_a} X_i = \prod_a \lambda_a^{q_{ai}} X_i$$



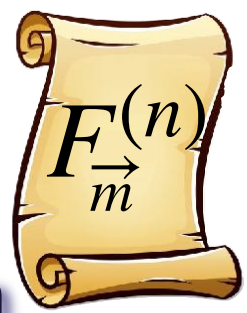
Fazni dijagram

- Kalibracioni količnički prostor: $\{(X_1, \dots) \in \mathbb{C}^{n+r}\} / (U(1; \mathbb{C}) = \mathbb{C}^*)^r$
- Izbor naboja $q_{ai} := q_a(X_i)$ u odnosu na a -tu kalibracionu simetriju, $U_a(1)$, određuje detalje modela $\mathbf{E}_1 = [\{0\}/\sim]$ $\mathbf{E}_1^c = [(\mathbb{C} \setminus \{0\})/\sim]$
- Najjednostavnije, $q(X_1) = 1$: $(\overline{\{X_1 = 0\}} / \{X_1 \simeq \lambda X_1\}) \neq (\overline{\{X_1 \neq 0\}} / \{X_1 \simeq \lambda X_1\})$
- Hirzebruch-ov(ski) n -dimenzioni „svitak“: $\mathbb{P}^{n-1}$ -svežanj nad $\mathbb{P}^1$ -bazom, takođe i $\{x_0 y_0^m + x_1 y_1^m\} \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$

$n = 3$			X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
redovi su ortogonalni na q_a -redove	globalne simetrije	{	0	-1	1	0	0	-m
			0	-1	0	1	0	-m
			0	0	0	0	1	-1
bilo koja dva reda	lokalna $U(1)^2$ simetrija	q_1	-3	1	1	1	0	0
		q_2	(m-2)	-m	0	0	1	1
		q_3	-2(m+1)	0	m	m	1	1
		q_4	0	-2(m+1)	(m-2)	(m-2)	3	3

GLSM

Fazni dijagram



$n = 3$		a	X_0	b	X_1	c	X_2	X_3	X_4	d	X_5
globalne simetrije	{		0		-1		1	0	0	-m	
			0		-1		0	1	0	-m	
			0		0		0	0	1	-1	
lokalna $U(1)^2$ simetrija	{	q_1	-3		1		1	1	0	0	
		q_2	$(m-2)$		-m		0	0	1	1	
		q_3	$-2(m+1)$		0		m	m	1	1	
		q_4	0		$-2(m+1)$		$(m-2)$	$(m-2)$	3	3	

- Po nabojima, imamo

grupe: $a = \{X_0\}$, $b = \{X_1\}$, $c = \{X_2, X_3\}$ i $d = \{X_4, X_5\}$

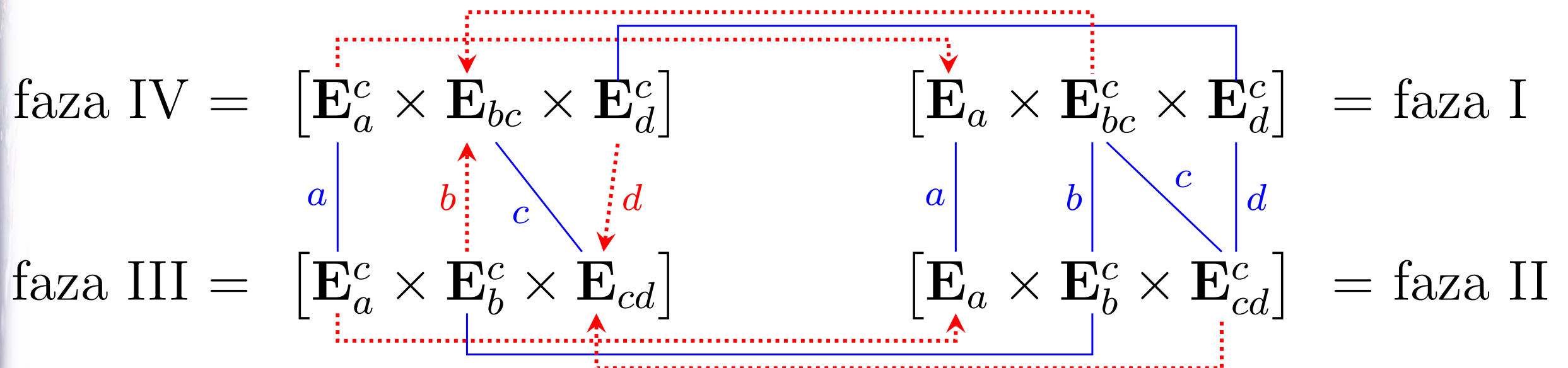
- Na primer:

$$\left(\underbrace{\left((\mathbf{E}_a \times \mathbf{E}_{bc}^c) / U_1(1; \mathbb{C}) \right) \times \mathbf{E}_d^c}_{\mathbb{P}^{n-1} \text{ vlakno}} \right) / \underbrace{U_2(1; \mathbb{C})}_{\mathbb{P}^{n-1} \text{ baza}} \simeq F_m^{(n)}$$

„svitak“:
 $\mathbb{P}^{n-1}$ -svežanj
uvinut nad $\mathbb{P}^1$ -bazom

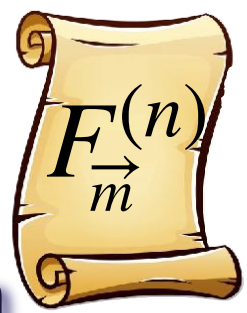
$\mathbf{E}_a := \{X_0 = 0\}$
 $\mathbf{E}_d^c := \{X_4, X_5 \neq (0, 0)\}$

- Sve mogućnosti su date dijagramom:



GLSM

Fazni dijagram



$n = 3$		a	X_0	b	X_1	c	X_2	X_3	X_4	d	X_5
globalne simetrije	{		0		-1		1	0	0	-m	
			0		-1		0	1	0	-m	
			0		0		0	0	1	-1	
lokalna $U(1)^2$ simetrija	{	q_1	-3		1		1	1	0	0	
		q_2	$(m-2)$		-m		0	0	1	1	
		q_3	$-2(m+1)$		0		m	m	1	1	
		q_4	0		$-2(m+1)$		$(m-2)$	$(m-2)$	3	3	

- Po nabojima, imamo

grupe: $a = \{X_0\}$, $b = \{X_1\}$, $c = \{X_2, X_3\}$ i $d = \{X_4, X_5\}$

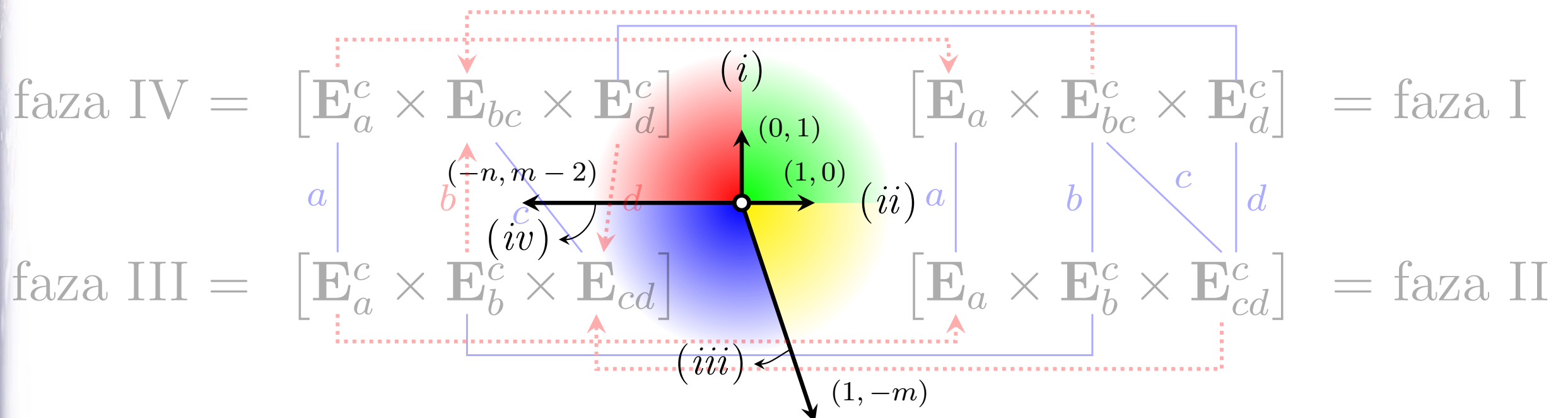
- Na primer:

$$\underbrace{\left(\left(\mathbf{E}_a \times \mathbf{E}_{bc}^c \right) / U_1(1; \mathbb{C}) \right) \times \mathbf{E}_d^c}_{\mathbb{P}^{n-1} \text{ vlakno}} \underbrace{\bigg/ U_2(1; \mathbb{C})}_{\mathbb{P}^{n-1} \text{ baza}} \simeq F_m^{(n)}$$

„svitak“:
 $\mathbb{P}^{n-1}$ -svežanj
uvinut nad $\mathbb{P}^1$ -bazom

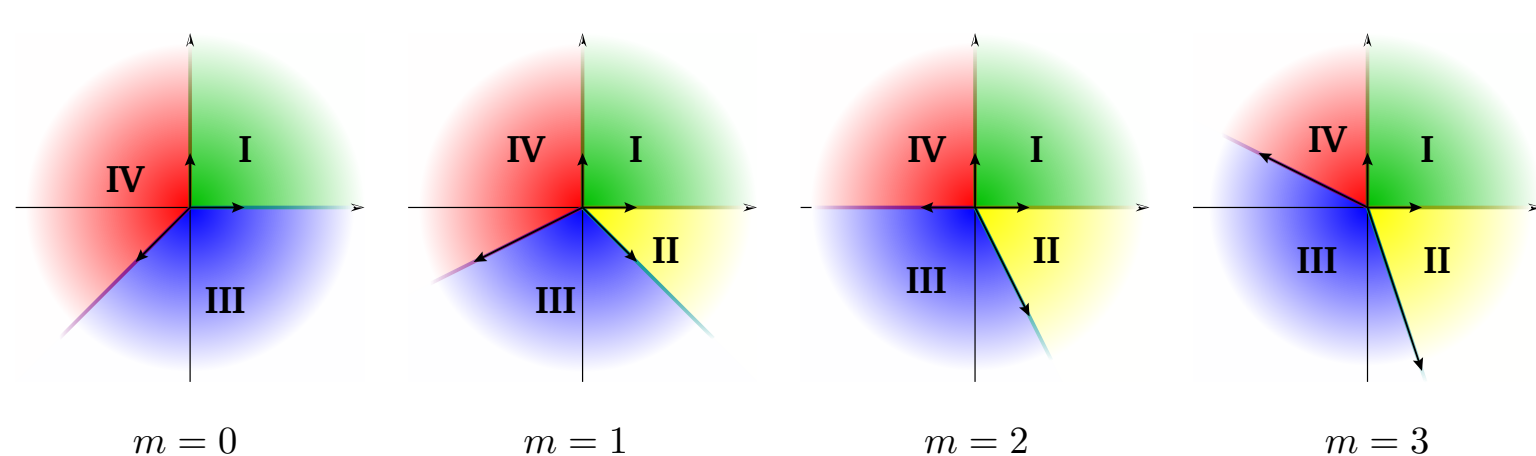
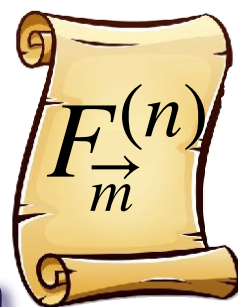
$\mathbf{E}_a := \{X_0 = 0\}$
 $\mathbf{E}_d^c := \{X_4, X_5 \neq (0, 0)\}$

- Sve mogućnosti su date dijagramom:

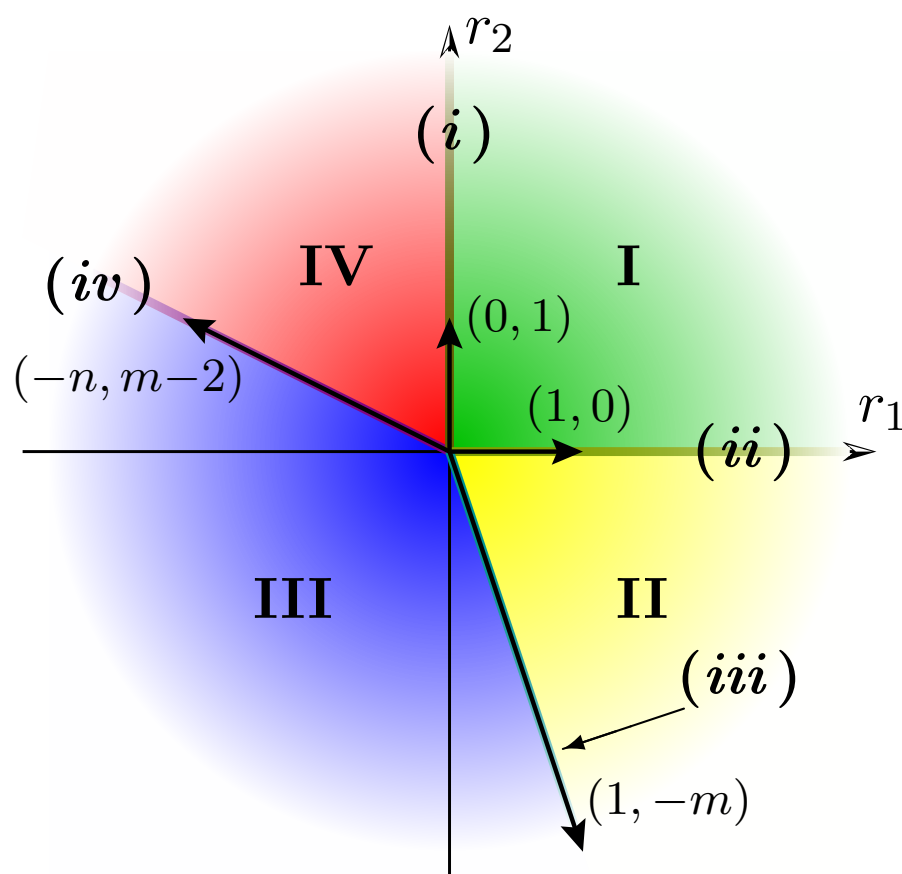


GLSM

Fazni dijagram



- Gelfand–Zelevinskij–Kapranovljeva „druga lepeza“
- predstavlja raspored mogućih izbora $\langle x_i \rangle = 0$ a $\langle x_j \rangle \neq 0$:

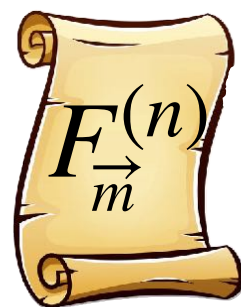


	$ x_0 $	$ x_1 $	$ x_2 \cdots x_n $	$ x_{n+1} $	$ x_{n+2} $
<i>i</i>	0	0	0 $\cdots$ 0	*	*
I	0	*	* $\cdots$ *	*	*
<i>ii</i>	0	0	* $\cdots$ *	0	0
II	0	see (2.9)	* $\cdots$ *	*	*
<i>iii</i>	0	$\sqrt{r_1}$	0 $\cdots$ 0	0	0
III	$\sqrt{\frac{mr_1+r_2}{(n-1)m+2}}$	$\sqrt{\frac{(m-2)r_1+nr_2}{(n-1)m+2}}$	0 $\cdots$ 0	0	0
<i>iv</i>	$\sqrt{-r_1/n}$	0	0 $\cdots$ 0	0	0
IV	$\sqrt{-r_1/n}$	0	0 $\cdots$ 0	*	*

- Beskonačni m -niz za svako n . Za $|m| \leq 2$, $c_1(F_m^{(n)}) \geq 0$ standardna kompleksno-algebarska torusna (toric) geometrija
- A šta za $m \geq 3$?

GLSM

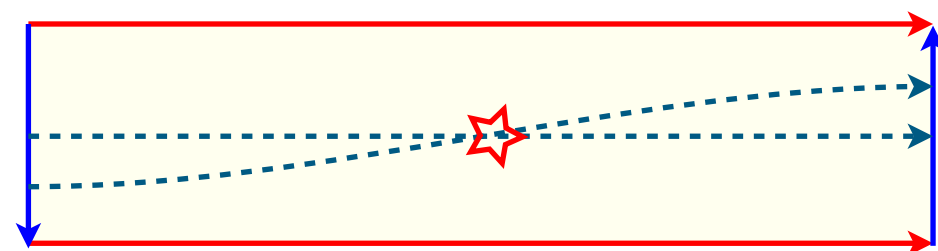
Srodni Ambienti



$$\{f(X)=0\} \subset A \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$$

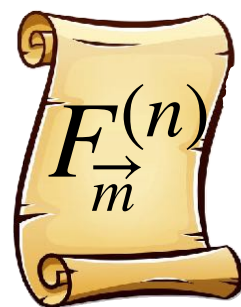
- Izostavljanjem superpotencijala $\rightarrow$ ambijentni prostor, A
- Hirzebruch-ov(ski) n -dim. „svitak“: $F_m^{(n)} := \{x_0 y_0^m + x_1 y_1^m = 0\} \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$
- ima i sam svoje deformacije: $0 = x_0 y_0^m + x_1 y_1^m + \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^{m-1} \epsilon_{ik} x_i y_0^k y_1^{m-k}$
- Identifikacija (znak raspoznavanja) „svitka“ je „direktrisa“:
- ireducibilni $\mathbb{C}$ -analitički potprostor, $\mathcal{D} \subset F_m^{(n)}$,
samo-presecanja $[\mathcal{D}]^n = -(n-1)m$
 - $\mathbb{C}$ -verzija centralne linije Möbius-ove trake
- Realizacija „direktrise“ — slično magnetnom monopolu [Wu-Yang]
- Definicija:

$$\mathfrak{D}_0 := \left[\left(\frac{x_0}{y_1^m} - \frac{x_1}{y_0^m} \right) \bmod \frac{p_0(x, y)}{(y_0 y_1)^m} \right] \cong \begin{cases} +2x_0/y_1^m, & y_1 \neq 0 \\ -2x_1/y_0^m, & y_0 \neq 0 \end{cases}$$
- $\mathfrak{D}_0$ je $\mathbb{C}$ -analitičko na $F_m^{(n)} := \{p_0(x, y) = 0\} \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$.
- A $\mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$ -homogenost = kalibraciona $U(1)^2$ -simetrija $F_m^{(n)}$ -GLSMa



GLSM

Srodni Ambienti



$$\mathfrak{D}_0 := \left[\left(\frac{x_0}{y_1^m} - \frac{x_1}{y_0^m} \right) \bmod \frac{p_0(x, y)}{(y_0 y_1)^m} \right] \cong \begin{cases} +2x_0/y_1^m, & y_1 \neq 0 \\ -2x_1/y_0^m, & y_0 \neq 0 \end{cases}$$

$$\{f(X)=0\} \subset A \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$$

• Za $F_m^{(n)} := \{p_0(x, y) := x_0 y_0^m + x_1 y_1^m = 0\} \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$, $\deg[\mathfrak{D}_0] = \begin{pmatrix} 1 \\ -m \end{pmatrix}$

• Smena $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n; y_0, y_1) \rightarrow (p_0(x, y), \mathfrak{D}_0, x_2, \dots, x_n; y_0, y_1)$

• ima konstantan Jakobijan, što na potprostoru $F_m^{(n)} := [\mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1]_{p_0(x, y)=0}$

• definiše koordinate $(X_1 = \mathfrak{D}_0, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n; X_{n+1} = y_0, X_{n+2} = y_1)$

čiji su kalibracioni $U(1)^2$ -naboji

neposredno „nasleđeni“ od

$\mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$ -homogenosti:

	X_1	X_2	$\dots$	X_n	X_{n+1}	X_{n+2}
$\mathbb{P}_x^1 \rightarrow$	1	1	$\dots$	1	0	0
$\mathbb{P}_y^1 \rightarrow$	$-m$	0	$\dots$	0	1	1

• A deformacije?

• Npr. za $(n, m) = (3, 5)$, $p_1(x, y) = p_0(x, y) + x_2 y_0^4 y_1$ definiše $F_{4,1}^{(3)} \subset \mathbb{P}_x^3 \times \mathbb{P}_y^1$

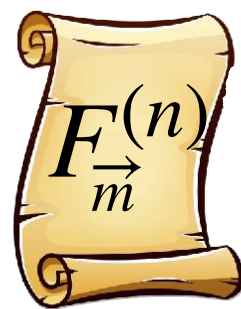
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} : \mathfrak{D}_{1a}(x, y) = \left[\left(\frac{x_0 y_0}{y_1^5} - \frac{x_1}{y_0^4} + \frac{x_2}{y_1^4} \right) / p_1(x, y) \right]$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} : \mathfrak{D}_{1b}(x, y) = \left[\left(\frac{x_0}{y_1} - \frac{x_1 y_1^4}{y_0^5} - \frac{x_2}{y_0} \right) / p_1(x, y) \right]$$

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1	1	0	0
-4	-1	0	1	1

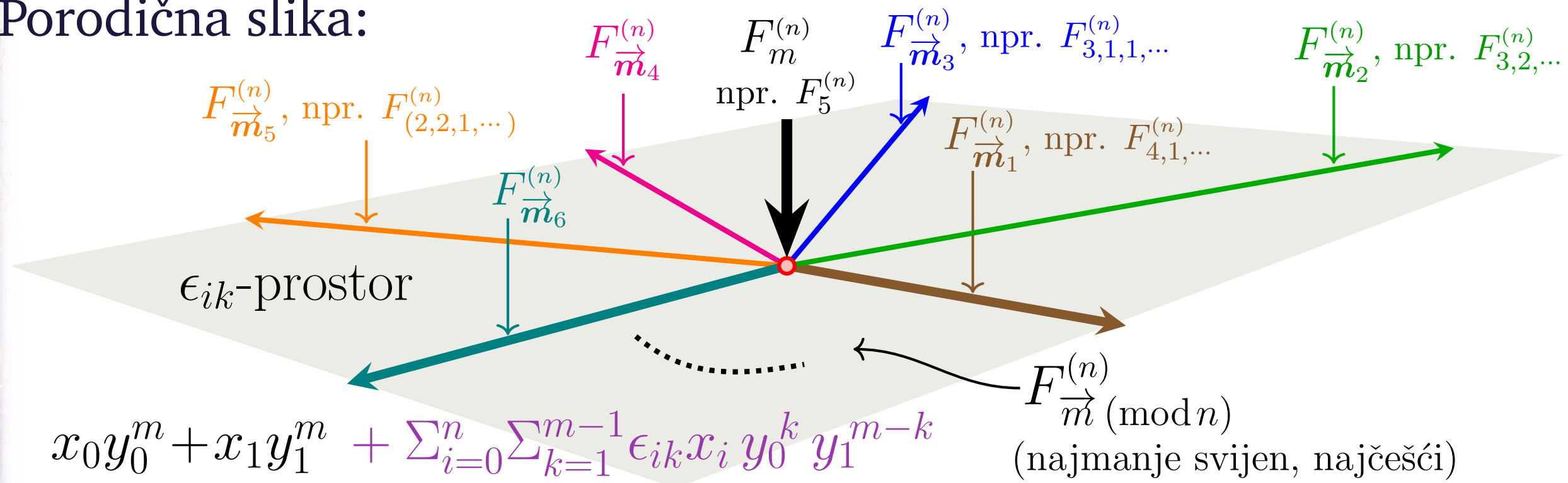
GLSM

Srodni Ambienti



$$\{f(X)=0\} \subset A \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$$

Porodična slika:



• $\mathbb{C}$ -analitički *različiti* (torusni = $U(1; \mathbb{C})^2$ -ekvivarijantni) prostori

• eksplicitno konstruisani u istoj familiji deformacija

• tzv. „ne-algebarska deformaciona ekvivalencija“ [Gross '94, Ruan '96]

• Eksplicitno koordinatno preslikavanje za $F_{\vec{m}}^{(n)} \cong F_{\vec{m} \pmod{n}}^{(n)}$.

• *Da li svi torusni prostori mogu tako da se realizuju i povežu deformacijama?*

Ricci-ravne hiperpovrši

Calabi–Yau mnogostrukosti

$$\{f(X)=0\} \subset A \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$$

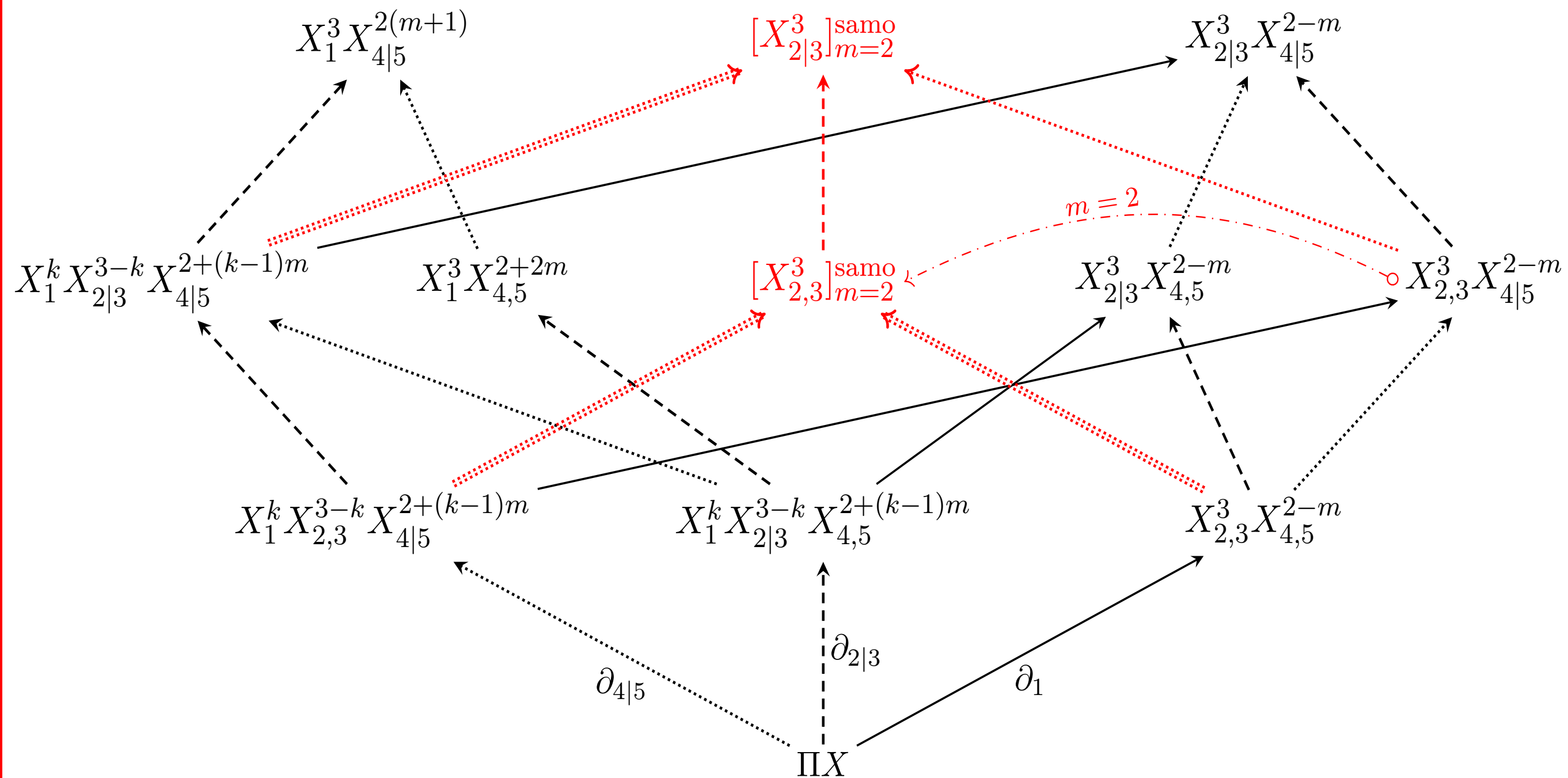
- Uslov $q_{a0} = -\sum_{i=1}^{n+r} q_{ai}$ garantuje potiranje anomalija za $U_a(1)$ kalibracionu simetriju, i da im jačina stagnira pri renormalizaciji
- Taj uslov uvek važi za („fundamentalni“) monom $\Pi X := X_1 \cdots X_{n+r}$
- pa je superpotencijal $X_0 \cdot (\Pi X)$ uvek $U(1)^r$ -invarijantan
- zadaje GLSM sa Ricci-ravnim prostorom osnovnih stanja
- (Izostavljanje superpotencijala zadaje „ambijentni prostor“!)
- Ali je prostor osnovnih stanja, $\{\Pi X=0\}$, jako singularan
- Deformišemo ga: $\Pi X \rightarrow \delta_i \Pi X := \mathfrak{m}_i(X)(\partial_i \Pi X)$, gde je
 - $q_a(\mathfrak{m}_i(X)) = q_{ai}$ a $\partial_i(\mathfrak{m}_i(X)) = 0$ (zamena $X_i \rightarrow \mathfrak{m}_i(X)$ u ΠX)
 - $\delta_i \Pi X =$ „front“ monoma koji ne zavise od X_i i graniče
 - presek „frontova“ čine monomi koji ne zavise ni od X_i ni od X_j
- To su doprinosi u superpotencijalu koji opstaju i onda kad $\langle X_i \rangle, \langle X_j \rangle = 0$
- Kolekcija svih deformacija ima poset[†] strukturu

[†]poset = delimično uređen skup

Ricci-ravne hiperpovršī $\Gamma(\mathcal{K}_A^*) \leftarrow \Gamma(\mathcal{O}(n+1, 2))$

Calabi-Yau mnogostrukosti

$$\{f(X)=0\} \subset A \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$$

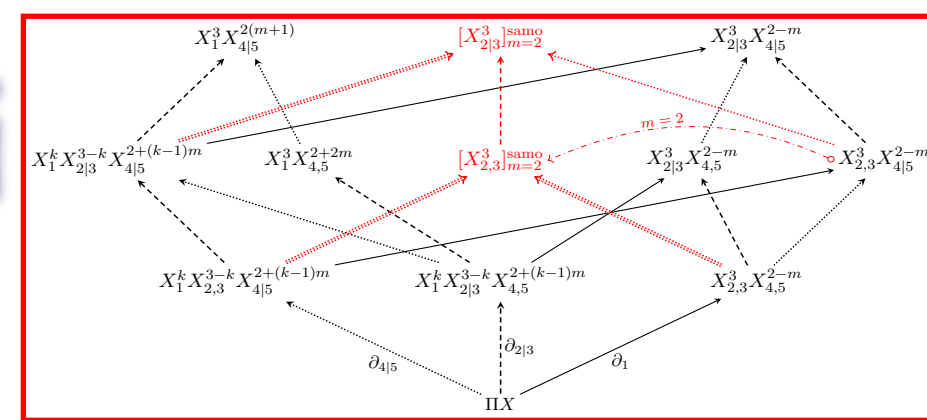


● Kolekcija svih deformacija ima poset[†] strukturu

[†]poset = delimično uređen skup

Ricci-ravne hiperpovrš

Calabi-Yau mnogostrukosti



- Normala svakog „fronta“ $\delta_i \Pi X$ je izvod ∂_i , a ti izvodi generišu dualni ∂_i -poset—koji $(U(1) = S^1)^r$ -ekvivarijantno korespondira
- torusnom „ambijentnom“ prostoru na kome su monomi $\delta_i \Pi X$ definisani
- Ako je „lepeza“ dualnog poseta bez samo-prekrivanja, to je standardna kompleksno-algebarska torusna geometrija: $U(1) \rightarrow U(1; \mathbb{C})$ garantuje kompleksna struktura $\leftrightarrow (\geq 0, \geq 2)$ -supersimetrija u GLSM
- Za sve $F_m^{(n)}$ „lepeza“ ∂_i -poseta je „ravna“ (bez samo-prekrivanja)
- Ali „lepeza“ $\delta_i \Pi X$ -poseta ima samo-prekrivanja za $|m| \geq 3$
- Monomi u „izvrnutom“ delu $\delta_i \Pi X$ -poseta su racionalni, pa proširuju kompleksno-algebarsku torusnu geometriju
- Zahtevaju uslovni granični postupak za definiciju osnovnog stanja $\{f(X)=0\}$, po deformaciji $\Pi X \rightsquigarrow f(X) \in \Pi X \oplus_i \delta_i \Pi X$
- ali su nužni za glatkost Ricci-ravnog $\{f(X)=0\}$.

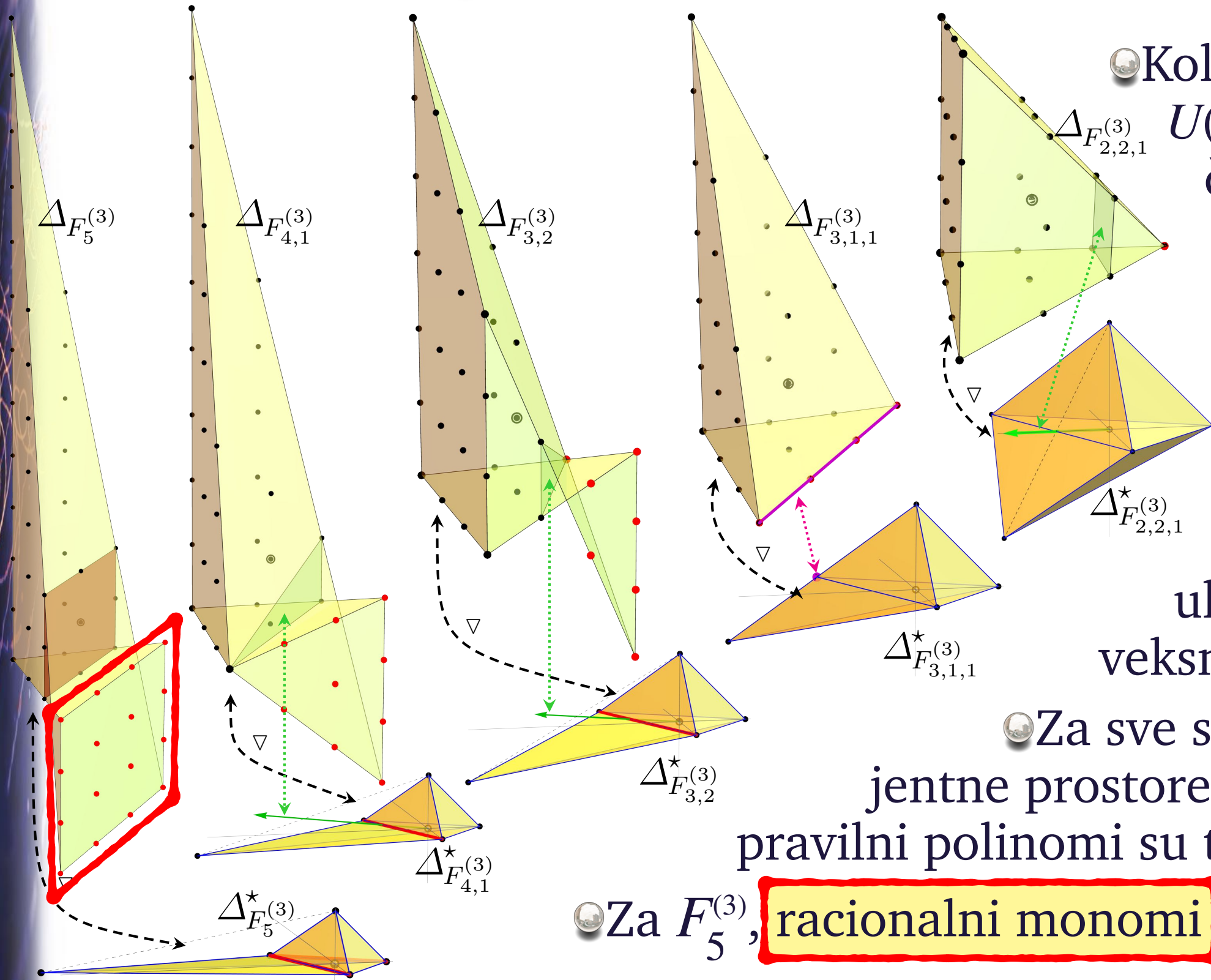
ne-konveksan

Ricci-ravne hiperpovrš

$$\Gamma(\mathcal{K}_A^*) \leftarrow \Gamma(\mathcal{O}(n+1, 2))$$

Calabi-Yau mnogostrukosti

$$\{f(X)=0\} \subset A \subset \mathbb{P}_x^n \times \mathbb{P}_y^1$$



● Kolekcija monoma $U(1)^2$ -naboja ΠX čini poset, sa „frontovima“ = stranama

● Oblik tog objekta se menja kroz

ϵ_{ik} -prostor i ukazuje da konveksnost nije nužna

● Za sve srodne ambientne prostore u familiji, pravilni polinomi su transversni

● Za $F_5^{(3)}$, racionalni monomi su nužni

Ricci-ravne hiperpovrši

Odraz u ogledalu

- „Ogledalska dualnost“ je jedno od osnovnih svojstava strunskih modela: $\mathcal{X} \in F_m^{(n)}[c_1]$ mora da ima odraz u tom ogledalu
- 1992 (sa P. Berglund-om) predlog u okviru tzv. „Landau–Ginzburg orbifolda“: $(\{f(X)=0\}/G) \xleftrightarrow{\text{mm}} (\{f^\top(Y)=0\}/G^c)$, gde su G i G^c komplementarno definisane abelovske konačne grupe
 - 2009, Chiodo & Ruan: dokaz u okviru „LG/CY korespondencije“
 - 2010, Borisov: dokaz u okviru verteks-operatorskih algebri (konformna TP)
- Svaki GLSM ima LGO fazu, što proširuje „transpoziciono ogledalo“ na sve GLSM modele, gde je transpozicija $(f \leftrightarrow f^\top) =$ Batirevljevoj razmeni ∂_i - i $\delta_i \Pi X$ -poseta, njihovih lepeza i uokvirujućih poli/multitopa, $\Delta \leftrightarrow \Delta^\vee$
- ...samo što se još ne zna kakvi „ambijentni torusni prostori“ odgovaraju ovako dobijenim $\delta_i \Pi X$ -posetima sa samo-prekrivajućim „lepezama“
- U matematičkoj literaturi se pojavljuju i takve strukture, ali nije jasno da li su zahtevi fizičke primene ispunjeni: GLSM, možda čak sa $(2,2) \rightsquigarrow (0,1)$ „smanjenom“ supersimetrijom (gde ni fizika nije istražena) ...*nastaviće se.*

Hvala na pažnji!

[arXiv:hep-th/9201014](https://arxiv.org/abs/hep-th/9201014)

[arXiv:1606.07420](https://arxiv.org/abs/1606.07420)

[arXiv:1611.10300](https://arxiv.org/abs/1611.10300)

[arXiv:2205.12827](https://arxiv.org/abs/2205.12827)

[arXiv:2403.07139](https://arxiv.org/abs/2403.07139)

[arXiv:2605.06998](https://arxiv.org/abs/2605.06998)

[arXiv:2605.24724](https://arxiv.org/abs/2605.24724)

i citirane reference

...nastavlja se

Tristan Hübsch

Departments of Physics & Astronomy and Mathematics, Howard University, Washington DC

Departman za Fiziku, Prirodno-Matematički Fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Srbija

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD

<https://tristan.nfshost.com/>