

(Fundamentalna) Fizika Elementarnih Čestica

Dan 07a: Standardni model i struktura masa

Tristan Hübsch

Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD

Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia

<https://tristan.nfshost.com/>

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

Leva hiralnost (\approx helicitet)			<i>Desna hiralnost (\approxhelicitet)</i>		
ν_e $< 2 \text{ eV}$	ν_μ $< 0.19 \text{ MeV}$	ν_τ $< 18.2 \text{ MeV}$	ν_e $< 2 \text{ eV}$	ν_μ $< 0.19 \text{ MeV}$	ν_τ $< 18.2 \text{ MeV}$
e .511 MeV	μ 106 MeV	τ 1.78 GeV	e .511 MeV	μ 106 MeV	τ 1.78 GeV
u, u, u 1.8–3.0 MeV	c, c, c 1.25–1.3 GeV	t, t, t 173–174 GeV	u, u, u 1.8–3.0 MeV	c, c, c 1.25–1.3 GeV	t, t, t 173–174 GeV
d, d, d 4.5–5.3 MeV	s, s, s 90–100 MeV	b, b, b 4.15–4.69 GeV	d, d, d 4.5–5.3 MeV	s, s, s 90–100 MeV	b, b, b 4.15–4.69 GeV

Interakcija sa W^\pm, Z^0

Ne interaguju sa W^\pm, Z^0

$$h := \hat{p} \cdot \vec{S} / \hbar$$

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

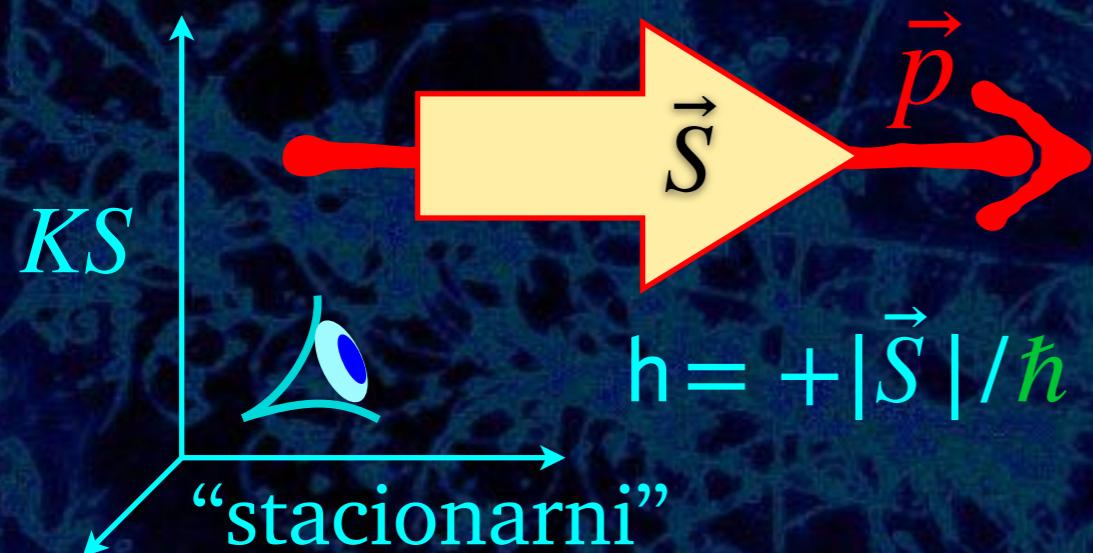
- Kako mogu slabe interakcije da razlikuju čestice sa levim helicitetom od čestica sa desnim helicitetom...
- ...kada helicitet nije Lorentz-invarijantan?
- Setimo se Dirac-ove jednačine: $[i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu - mc\mathbf{1}] \Psi(\mathbf{x}) = 0$
- Multiplikativna grupa: $\{ \mathbf{1}, \gamma^\mu, \gamma^{[\mu\nu]}, \gamma^{[\mu\nu\rho]}, \gamma^5 := i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^\mu \dots \gamma^\sigma \}$
- i projektori $\gamma_\pm := \frac{1}{2}[\mathbf{1} \pm \gamma^5]$, koji jesu Lorentz-invarijatni
- Kako $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$ i $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$
- Onda $\Psi_\pm := (\gamma_\pm \Psi)$, a $\gamma^\mu A_\mu \Psi_- = \frac{1}{2} \gamma^\mu (A_\mu - (\gamma^5 A_\mu)) \Psi$
- Takav se tip interakcije zove “V-A interakcija”,
— jedinstven je za slabe interakcije!
- a $\Psi_- \approx \Psi_L$, jer u ultra-relativističkom limesu ($E \gg mc^2$)
- ...hiralnost \rightarrow helicitet

$$h := \hat{p} \cdot \vec{S} / \hbar$$

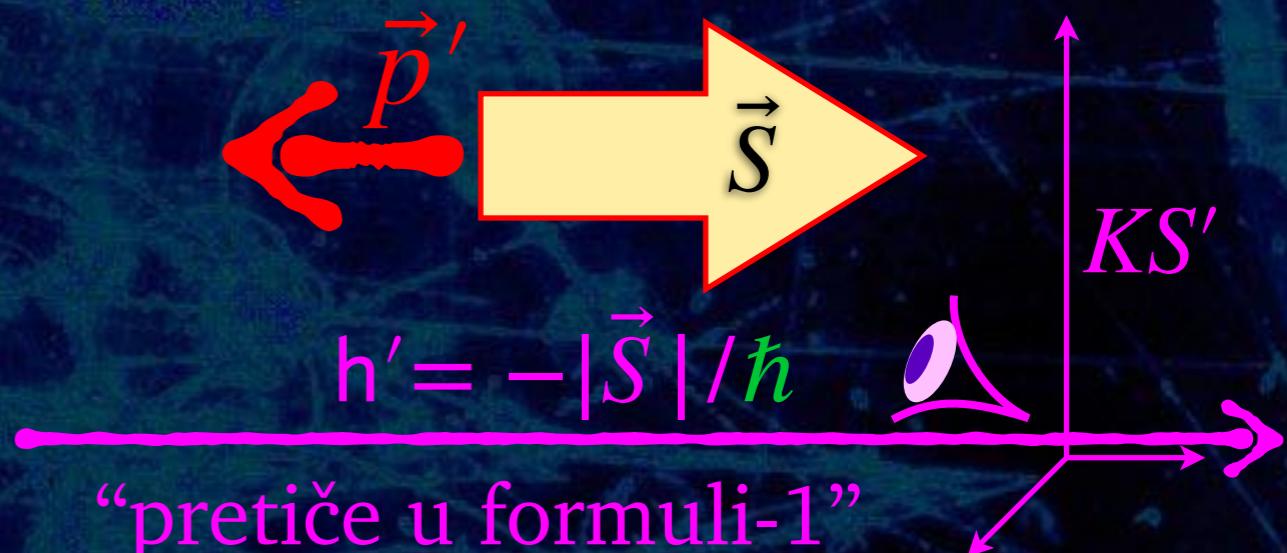
Digresija

Helicitet i hiralnost

- Helicitet zavisi od izbora posmatrača
- Putuje čestica sa spinom...



$$h = +|\vec{S}|/\hbar$$



$$h' = -|\vec{S}|/\hbar$$

- Dakle, predznak heliciteta zavisi od posmatrača pa nije Lorentz-invarijantan (hiralnost $\frac{1}{2}[1 \pm \gamma^5]$ jeste)
- Međutim, česticu koja se kreće brzinom svetlosti u vakumu, nikakav posmatrač ne može ni da stigne ni da pretekne

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

- $SU(2)_w \times U(1)_y$ kalibraciona teorija
- Slabi izospin je $SU(2)_w$ naboј, a W_μ^\pm i W_μ^3 su 4-vektorski potencijali
- Slabi hipernaboј je $U(1)_y$ naboј, a B_μ je 4-vektorski potencijal

porodica fermiona

1	2	3	Q	I_w	Y_w
$\begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}_L$	$\begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}_L$	$\begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix}_L$	$+2/3$	$+1/2$	$+1/3$
$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e^- \end{bmatrix}_L$	$\begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{bmatrix}_L$	$\begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{bmatrix}_L$	$-1/3$	$-1/2$	$+1/3$
			0	$+1/2$	-1
			-1	$-1/2$	-1
<hr/>					
u_R	c_R	t_R	$+2/3$	0	$+4/3$
d_R	s_R	b_R	$-1/3$	0	$-2/3$
e_R^-	μ_R^-	τ_R^-	-1	0	-2

$$\begin{aligned}\mathbb{W}_\mu \cdot \mathbb{J}_w^\mu &:= W_\mu^i J_w^{\mu j} \frac{1}{2} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}_i \boldsymbol{\sigma}_j] \\ \mathbb{W}_\mu &:= W_\mu^i \boldsymbol{\sigma}_i \quad \& \quad \mathbb{J}_w^\mu := J_w^{\mu i} \boldsymbol{\sigma}_i \\ \boldsymbol{\sigma}_\pm &:= \frac{1}{2} [\boldsymbol{\sigma}_1 \pm i \boldsymbol{\sigma}_2]\end{aligned}$$

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

- $SU(2)_w \times U(1)_y$ kalibraciona teorija
- Slabi izospin je $SU(2)_w$ naboј, a W_μ^\pm i W_μ^3 su 4-vektorski potencijali
- Slabi hipernaboј je $U(1)_y$ naboј, a B_μ je 4-vektorski potencijal
- Interakcioni član u lagranžijanskoj gustini je
 $\propto (g_w \mathbb{W}_\mu \cdot \mathbb{J}_w^\mu + \frac{1}{2} g_y B_\mu J_y^\mu)$, gde je
 - $W_\mu^+ \cdot J_{w+}^\mu = W_\mu^+ \{ [\bar{u} \gamma^\mu d] + \dots \}, \quad W_\mu^- \cdot J_{w-}^\mu = (W_\mu^+ \cdot J_{w+}^\mu)^\dagger$
 - $W_\mu^3 J_{w3}^\mu; \quad J_{w3}^\mu = \{ \frac{1}{2} [\bar{u} \gamma^\mu u] - \frac{1}{2} [\bar{d} \gamma^\mu d] + \dots \} = \sum_q I_w(q) [\bar{q} \gamma^\mu q]$
 - i $B_\mu J_y^\mu = B_\mu \{ \frac{1}{3} [\bar{u}_L \gamma^\mu u_L] + \frac{4}{3} [\bar{u}_R \gamma^\mu u_R] + \dots \} = \sum_q Y_w(q) [\bar{q} \gamma^\mu q]$
- Higgs polje interaguje sa \mathbb{W}_μ i sa B_μ
- te meša W_μ^3 i B_μ tako da su A_μ i Z_μ^0 “normalni modovi”

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

- Naime, lagranžijanska gustina za Higgs-ovo polje je

$$\mathcal{L}_H = \left\| (\partial_\mu - ig_w W_\mu^a \sigma_a - ig_y B_\mu) \mathbb{H} \right\|^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu c}{\hbar} \right)^2 |\mathbb{H}|^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 |\mathbb{H}|^4$$

- gde je \mathbb{H} matrica-kolona sa dva kompleksna, skalarna Higgs-ova polja. Kvadratni član ima obratni predznak.

- Minimumi se nalaze u $S^3 \subset \mathbb{C}^2 \approx \mathbb{R}^4$:

$$H_{1r}^2 + H_{1i}^2 + H_{2r}^2 + H_{2i}^2 = \left(\frac{\mu c}{\lambda \hbar} \right)^2 \Rightarrow \mathbb{H} = \frac{\mu c}{\lambda \hbar} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- na kojoj sistem mora da odabere jednu tačku.

- Simetrija “vakuma” je rotacija oko ose kroz tu tačku.

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

- Taj pravac, $\langle \mathbb{H} \rangle \in S^3 \subset \mathbb{C}^2 \approx \mathbb{R}^4$, određuje da je

$$A_\mu = \cos(\theta_w)B_\mu + \sin(\theta_w)W_\mu^3, \quad \cos(\theta_w) := \frac{g_w}{\sqrt{g_w^2 + g_y^2}}$$
$$Z_\mu = -\sin(\theta_w)B_\mu + \cos(\theta_w)W_\mu^3,$$

- polje fotona (A_μ) je kalibraciono polje očuvane “dijagonalne” $U(1)_Q \subset SU(2)_w \times U(1)_y$ simetrije

- polje Z^0 čestice je kalibraciono polje komplementarnog dijagonalnog dela narušene $SU(2)_w$ simetrije

- Stoga mase W^\pm i Z^0 bozona nisu iste: prva ima doprinos samo od W^\pm - \mathbb{H} interakcije, dok druga ima doprinose i od mešanja W^3 - \mathbb{H} i B - \mathbb{H} interakcije.

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

- Kombinacija naboja $Q = I_w + \frac{1}{2}Y_w$ (Gell-Mann-Nishijima) opisuje interakciju sa fotonskim poljem, A_μ .
- Fermionske struje koje interaguju su

$$J_{w+}^\mu = \sum_g [\bar{u}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu d_{gL} + \bar{\nu}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu \ell_{gL}],$$

$$J_{\text{em}}^\mu = \sum_g [\frac{2}{3}\bar{u}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu u_{gL} - \frac{1}{3}\bar{d}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu d_{gL} - \bar{\ell}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu \ell_{gL}],$$

$$J_{w3}^\mu = \sum_g [\frac{1}{2}\bar{u}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu u_{gL} - \frac{1}{2}\bar{d}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu d_{gL} + \bar{\nu}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu \nu_{gL} - \bar{\ell}_{gL}\boldsymbol{\gamma}^\mu \ell_{gL}],$$

$$J_Z^\mu = \frac{1}{\cos(\theta_w)} [J_{w3}^\mu - \sin^2(\theta_w) J_{\text{em}}^\mu].$$

- i $M_W = M_Z \cos(\theta_W)$.

eksperimentalno potvrđeno!!

Fundamentalna Fizika Elementarnih Čestica

Program

- **Standardni Model**

- Sadržaj

- **Mase fundamentalnih fermiona**

- Fenomenologija

- Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

- **Mešanje neutrina**

- Solarni neutrini i spektar

- Fenomen mešanja

- Neutrini i mehanizam klackalice

- **Standardni Model, opet**

- Ono što znamo da znamo

(ono što znamo da ne znamo, posle pauze)

Petak 20. V 2022
posle pauze:
— Zoom-foto —

Standardni Model

Sadržaj

- Fundamentalni fermioni

porodica fermiona			naboji		
1	2	3	Q	I_w	Y_w
$\Psi_- = \gamma_- \Psi \left\{ \begin{array}{ccc} \left[\begin{array}{c} u \\ d \end{array} \right]_L & \left[\begin{array}{c} c \\ s \end{array} \right]_L & \left[\begin{array}{c} t \\ b \end{array} \right]_L \\ \left[\begin{array}{c} \nu_e \\ e^- \end{array} \right]_L & \left[\begin{array}{c} \nu_\mu \\ \mu^- \end{array} \right]_L & \left[\begin{array}{c} \nu_\tau \\ \tau^- \end{array} \right]_L \end{array} \right.$	$+2/3$	$+1/2$	$+1/3$		
			$-1/3$	$-1/2$	$+1/3$
			0	$+1/2$	-1
			-1	$-1/2$	-1
<hr/>			<hr/>		
$\Psi_+ = \gamma_+ \Psi \left\{ \begin{array}{ccc} u_R & c_R & t_R \\ d_R & s_R & b_R \\ e_R^- & \mu_R^- & \tau_R^- \\ \hline \nu_{eR} & \nu_{\mu R} & \nu_{\tau R} \end{array} \right.$	$+2/3$	0	$+4/3$		
	$-1/3$	0	$-2/3$		
	-1	0	-2		
	0	0	0		

Standardni Model

Sadržaj

• Fundamentalni fermioni ...nastavak

Ime	q	Masa*	Q	I_3	B	S	C	B'	T	γ
Up	$u :$	1.5–3.3	$+2/3$	$+1/2$	$1/3$	0	0	0	0	$+1/3$
Down	$d :$	3.5–6.0	$-1/3$	$-1/2$	$1/3$	0	0	0	0	$+1/3$
Strange	$s :$	$105 \{ +25$ -35	$-1/3$	0	$1/3$	-1	0	0	0	$-2/3$
Charm	$c :$	$1270 \{ +70$ -110	$+2/3$	0	$1/3$	0	+1	0	0	$+4/3$
Bottom	$b :$	$4200 \{ +170$ -70	$-1/3$	0	$1/3$	0	0	-1	0	$-2/3$
Top	$t :$	$171300 \{ +1100$ -1200	$+2/3$	0	$1/3$	0	0	0	+1	$+4/3$

* inerciona masa bez vezivne energije, koja zavisi od hadrona

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} (\underbrace{\text{Baryon} + \text{Strange} + \text{Charm} + \text{Beauty} + \text{Truth}}_{=Y})$$

Gell-Mann, Nishijima, Nakano $=Y$, tzv. (jaki) hipernaboj [v. takođe odeljak 5.2.1]

Standardni Model

Sadržaj

Interakcije fundamentalnih fermiona

Fundamentalni fermioni/supstancija

	Supstancija (spin- $\frac{1}{2}$ fermioni)	
Gen.	Leptoni	Kvarkovi
1.	ν_e	e^-
2.	ν_μ	μ^-
3.	ν_τ	τ^-
		$u \quad d$
		$c \quad s$
		$t \quad b$

Gravitaciona kalibraciona interakcija \Rightarrow metrički tenzor ranga 2

Yang-Mills kalibraciona interakcija \Rightarrow kalibr. tenzor ranga 1

Interakcije (bozoni)

γ elektromagnetne
 W^\pm, Z^0 slabe nuklearne } interakcije (spin-1)

gluoni jake nuklearne interakcije (spin-1)

$\delta g_{\mu\nu}$ gravitacija (spin-2)

Higgs-ov bozon (spin-0): daje masu česticama sa kojima interaguje

Yukawa interakcija sa Higgs-ovim poljem \Rightarrow Higgs-ov tenzor ranga 0

Setimo se, medjutim, u opštem slučaju:

Čestice/talasi = kvanti fluktuacije polja

Klasična polja = kondenzati/srednja vrednost \propto mnogo (bozonskih) kvanta

Standardni Model

Sadržaj

- Electromagnetna kalibr./lokalna $U(1)_Q$ interakcija
 - Supstancije (elektroni i kvarkovi): kompleksne talasne funkcije
 - Faza (talasne funkcije supstancije) se ne može opaziti/meriti
 - Faza slobodno varira u prostor-vremenu \Rightarrow lokalna simetrija
 - Operator koji meri “brzinu promene” talasnih funkcija mora da se prilagodi \Rightarrow kalibr. 4-vektor potencijala, $A_\mu(x)$.
- Komutator kovarijantnih izvoda:
$$F_{\mu\nu} := \frac{\hbar c}{iq} [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$
- Elektromagnetno polje: $F_{0i} = E_i$, $F_{jk} = -\epsilon^i{}_{jk} B_i$, predstavnik klasičnog dejstva na daljinu (= sila/jedinici nanelektr.)
- Jednačine kretanja:

Bianchi	Gauss-Ampère
$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (\partial_\nu F_{\rho\sigma}) = 0$	$(\partial_\mu F^{\mu\nu}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{c} j_e^\nu$ izvor
- Kvantna teorija: Feynman-ov integral i perturbativni dijagrami

Standardni Model

Sadržaj

- Kromodinamička kalibr./lokalna $SU(3)_c$ interakcija
 - Kvarkovi: kompleksna 3-komponentna talasna funkcija
 - Matrične faze kvarkova se ne mogu opaziti/meriti
 - Matrična faza slobodno varira u prostor-vremenu \Rightarrow lokalna simetrija
 - Operator koji meri “brzinu promene” talasnih funkcija mora da se prilagodi \Rightarrow kalibr. 4-vektor potencijala, $A_\mu(x)$.
- Komutator kovarijantnih izvoda:

$$F_{\mu\nu} := \frac{\hbar c}{ig_c} [D_\mu, D_\nu] = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{ig_c}{\hbar c} [A_\mu, A_\nu]$$

- Kromo-elektronsko-magnetsko polje: $F_{0i}^a = E_i^a$, $F_{jk}^a = -\epsilon_{ijk}^i B_j^a$, predstavnik klasičnog dejstva na daljinu (= sila/jedinici boje)

- Jednačine kretanja:

Bianchi	Gauss-Ampère izvor
$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (D_\nu F_{\rho\sigma}) = 0$	$(\partial_\mu F^{\mu\nu}) = (J_{(q)}^\mu - \frac{ig_c}{\hbar c} [A_\mu, F^{\mu\nu}])$

- Kvantna teorija: Feynman-ov integral i perturbativni dijagrami

Standardni Model

Sadržaj

- Slaba kalibr./lokalna $SU(2)_w$ interakcija
 - Neabelovska, \sim kromodinamička kalibr./lokalna $SU(3)_c$ inter.
 - Samo sa fermionima leve hiralnosti
tj. interakcija $V-A$ tipa (samo Ψ_L) — QED & QCD su V -tipa
 - Maks. narušenje parnosti ($1:<10^{-10}$ v sa levom:desnom hiral.)
 - iz 2-čestičnog raspada $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
 - gde su μ -spin i ν -spin u 100% korelaciji
 - GIM mehanizam (FCNC) & ABJ anomalija \Rightarrow 4. kvark
 - Slaba svojstvena stanja \neq slobodno propagirajuća svojstvena stanja
 - Cabibbo + Kobayashi & Maskawa “rotacija” (d, s, b) kvarkova
 - Higgs-ovo narušenje simetrije $SU(2)_w \times U(1)_y \rightarrow U(1)_Q$
 - $W^\pm = W^1 + iW^2, Z^0 = \cos(\theta_W)W^3 - \sin(\theta_W)B$ mase: $\frac{\mu c}{\sqrt{2} \lambda \hbar}, \frac{\mu c}{\sqrt{2} \lambda \hbar} \sqrt{g_w^2 + g_y^2}$
 - $\gamma = \sin(\theta_W)W^3 + \cos(\theta_W)B$ ostaje bez mase
 - Specifični koeficijenti u Feynman-ovim dijagramima

Mase fundamentalnih fermiona

Fenomenologija

- Mase fundamentalnih fermiona

- Efektivne mase u hadronima, tj. "sastavne" mase

- "(Strujne) mase," tj. *inercijalne* mase u "duboko elastičnim sudsarima"

- $m_e = 0.551 \text{ MeV}/c^2, m_\mu = 106 \text{ MeV}/c^2, m_\tau = 178 \text{ GeV}/c^2$

- Jednake za fermione leve i desne hiralnosti, spin-gore/dole

- Mase neutrina $< 2 \text{ eV}/c^2$ (šest reda veličine majušnije!)

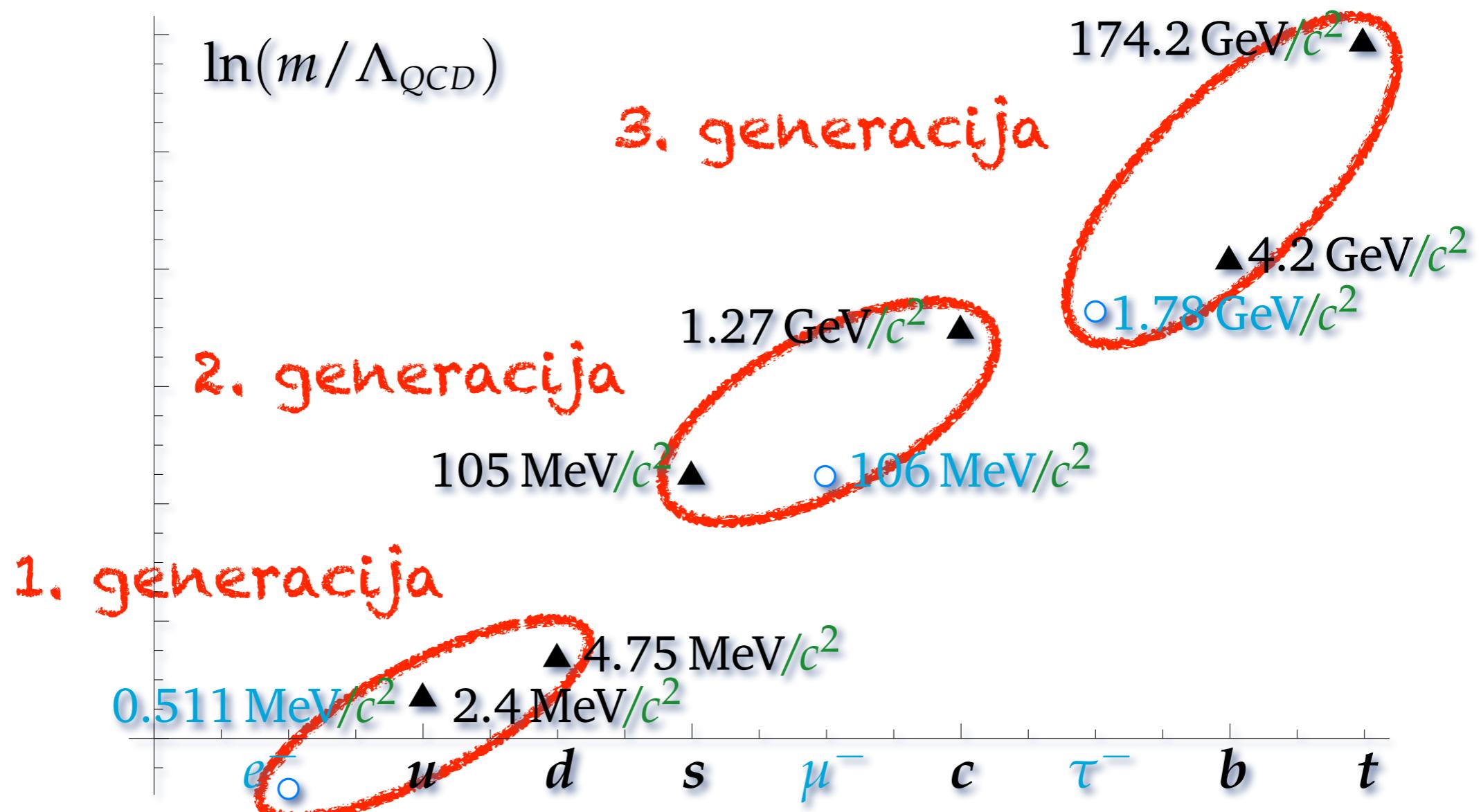
	Kvark	Masa	Efektivne mase u Mezonima	Barionima
Laki	<i>u</i>	4.2	310	363
	<i>d</i>	7.5		
	<i>s</i>	150	483	538
Teški	<i>c</i>	1 100	MeV/c ²	1 500
	<i>b</i>	4 200		4 700
	<i>t</i>	174 200		$\gtrsim 174\,200$

MeV/c²

Mase fundamentalnih fermiona

Fenomenologija

- Mase fundamentalnih fermiona... na logaritamskoj skali:



Mase fundamentalnih fermiona

Fenomenologija

- Mase fundamentalnih fermiona... CKM matrica:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} |d_w\rangle \\ |s_w\rangle \\ |b_w\rangle \end{bmatrix} &:= \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{12} = \theta_{ds} &= (13.04 \pm 0.05)^\circ, & \theta_{13} = \theta_{db} &= (0.201 \pm 0.011)^\circ, \\ \theta_{23} = \theta_{sb} &= (2.38 \pm 0.06)^\circ, & \delta_{13} = \delta_{db} &= (1.20 \pm 0.08)^\circ. \end{aligned}$$

- Daje vrlo specifičnu matricu:

$$\begin{bmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.974 & 0.226 & 0.004 \\ 0.226 & 0.973 & 0.041 \\ 0.009 & 0.041 & 0.999 \end{bmatrix}$$

- sa netrivijalnim fazama u 2×2 delu dole levo.

Mase fundamentalnih fermiona

Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

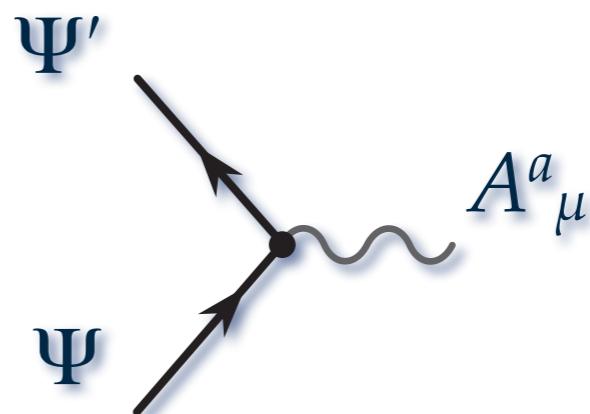
- Kalibr. interakcije putem “minimalne sprege,” promenom operatora “brzine promene”:

$$D_\mu := \mathbb{1}\partial_\mu + \frac{ig}{\hbar c} A_\mu^a Q_a$$

- gde je g parametar interakcije a Q_a operator a -tog “naboja”, pa je sami “naboj” svojstvena vrednost a -te svojstvene funkcije.
- Iz dimenzionih razloga, Lagranžijanska gustina za fermione mora da ima ($i\hbar c$ -umnožak)

$$\dots + \overline{\Psi}' \gamma^\mu (\partial_\mu + \frac{ig}{\hbar c} A_\mu^a Q_a) \Psi + \dots = \dots + \frac{ig}{\hbar c} (\overline{\Psi}' \gamma^\mu Q_a \Psi) A_\mu^a + \dots$$

- To odgovara elementarnom (virtuelnom) procesu
 - ulazni fermion Ψ
 - emituje/apsorbuje kalibr. vektor A_μ^a
 - i postaje izlazni fermion Ψ' .



Mase fundamentalnih fermiona

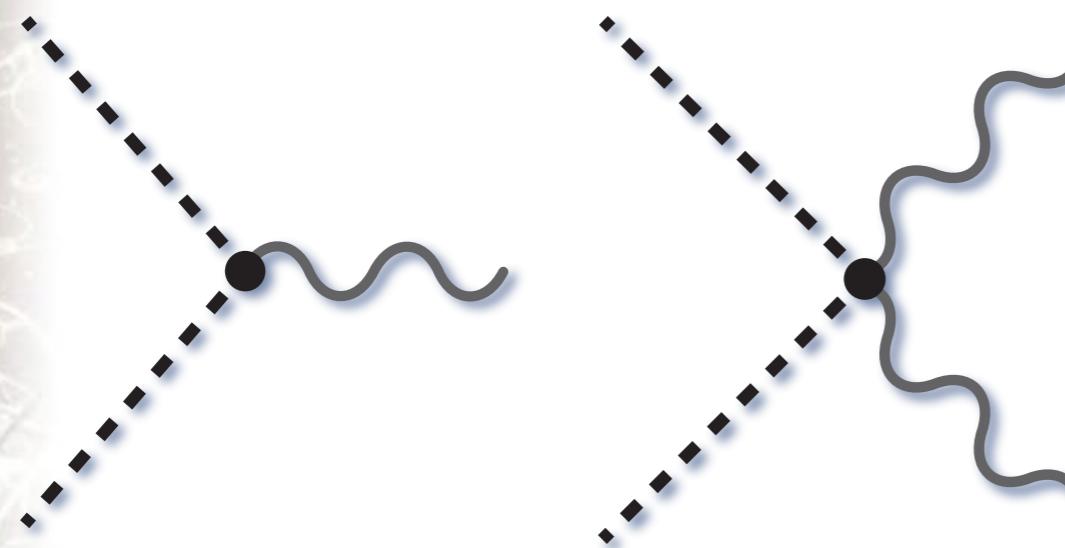
Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

- Naelektrisano skalaro polje (kao Higgs-ovo polje) interaguje sa kalibr. vektorom zahvaljujući minimalnoj sprezi:

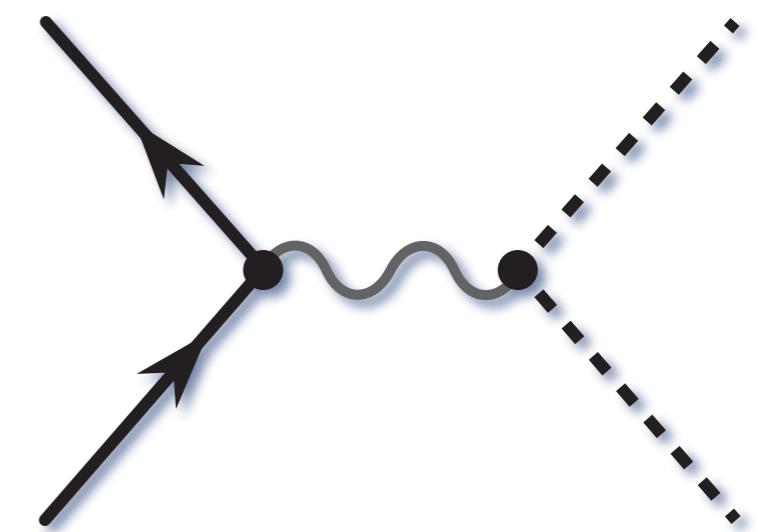
$$\cdots + \|(\partial_\mu + \frac{ig}{\hbar c} A_\mu^a Q_a)\phi\|^2 + \dots$$

$$= \cdots + \frac{2g}{\hbar c} \Im m [(Q_a \phi^*) (\partial^\mu \phi)] A_\mu^a + \frac{g^2}{\hbar^2 c^2} \| (Q_a \phi) A_\mu^a \|^2 + \dots$$

- uključuje fundamentalne procese predstavljene Feynman-ovim dijagramima:



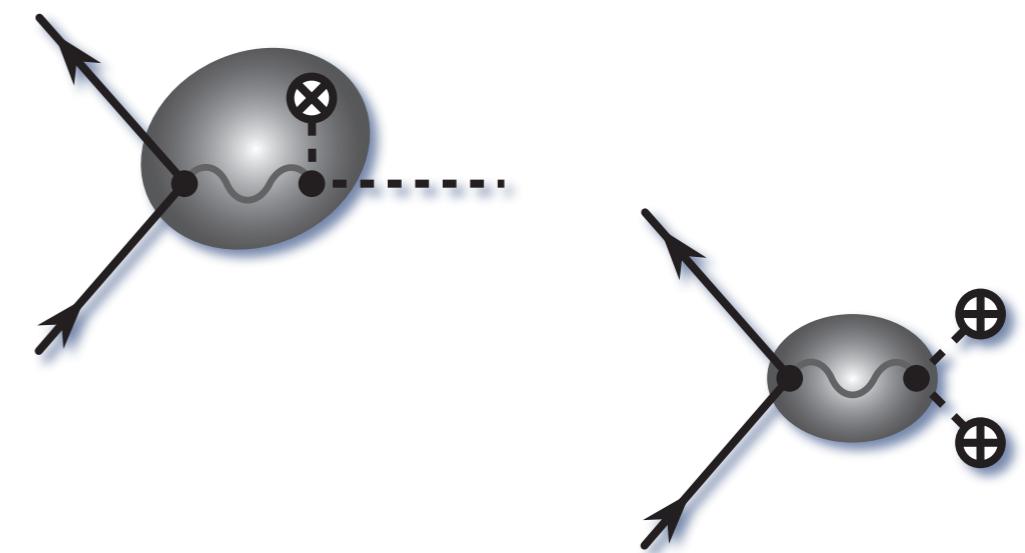
- To uvodi procese u kojima fermioni i scalari interaguju:



Mase fundamentalnih fermiona

Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

- Ako skalar stekne vakumski očekivanu vrednost, to uvodi procese:
 - efektivnu amplitudu da fundamentalni fermion emituje/apsorbuje scalarno polje,
 - efektivnu masu za fundamentalne fermione.
 - Oba su reda $\sim O(g^2)$.
- Pošto se te amplitude ionako pojave (kroz kalibr. interakcije), uvode se u samu Lagranžijansku gustinu.
- U opštem, članovi oblika
$$\overline{\Psi'} \phi \Psi, \quad \overline{\Psi'_\pm} \phi \Psi_\mp = \overline{\Psi'} \gamma_\mp \gamma_\mp \Psi \phi \neq 0.$$
sprežu fermione leve i desne hiralnosti.



Mase fundamentalnih fermiona

Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

- U Standardnom Modelu
 - levo-hiralni fermioni su $SU(2)_w$ -doubleti
 - desno-hiralni fermioni su $SU(2)_w$ -singlets (invarijante).
- U $SU(2)$, $2 \otimes 2 \supset 1$, tj. $(\text{spin-}1/2) \times (\text{spin-}1/2) \supset (\text{spin-}0)$.
- Stoga, $\overline{\Psi_L} \mathbb{H} \Psi_R$ i $\overline{\Psi_R} \mathbb{H} \Psi_L$
- su $SU(2)_w$ -invarijante, pa ih možemo dodati u Lagranžijan kao
$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{H}^\dagger = [H_1^*, H_2^*] \quad \Psi = \begin{bmatrix} \nu \\ \ell^- \end{bmatrix}, \quad \overline{\Psi}^\dagger = [\bar{\nu}, \ell^+], \quad [\overline{U}, \overline{D}]$$
- Onda je

$$\begin{aligned} h_e \overline{e_R^-} \mathbb{H}^\dagger \begin{bmatrix} \nu_e \\ e^- \end{bmatrix}_L + h.c. \quad & \text{SU}(2)_w\text{-invarijanta} \\ = h_e \overline{e_R^-} (H_1^* \nu_{eL} + H_2^* e_L^-) + h.c. \\ = \underbrace{\Re(h_e \langle H_2 \rangle^*)}_{=mc^2} (\overline{e_R^-} e_L^- + \overline{e_L^-} e_R^-) + h_e \underbrace{\overline{e_R^-} (\tilde{H}_1^* \nu_{eL} + \tilde{H}_2^* e_L^-)}_{\text{interactions}} \end{aligned}$$

Mase fundamentalnih fermiona

Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

- Slično za donje kvarkove:

$$\begin{aligned} h_D \overline{D}_R \mathbb{H}^\dagger \begin{bmatrix} U \\ D \end{bmatrix}_L + h.c. \\ = h_D \overline{D}_R (H_1^* U_L + H_2^* D_L) + h.c. \\ = \underbrace{\Re e(h_D \langle H_2 \rangle^*)}_{=mc^2} (\overline{D}_R D_L + \overline{D}_L D_R) + h_D \underbrace{\overline{D}_R (\tilde{H}_1^* U_L + \tilde{H}_2^* D_L)}_{\text{interactions}} \end{aligned}$$

- Pošto $C : \mathbb{H} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \mapsto \mathbb{H}^c := -\boldsymbol{\epsilon} \mathbb{H}^* = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1^* \\ H_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_2^* \\ H_1^* \end{bmatrix}$,

$$\begin{aligned} -h_U \overline{U}_R (\mathbb{H}^c)^\dagger \begin{bmatrix} U \\ D \end{bmatrix}_L + h.c. \\ = -h_U \overline{U}_R (-H_2 U_L + H_1 D_L) + h.c. \\ = \underbrace{\Re e(h_U \langle H_2 \rangle)}_{=mc^2} (\overline{U}_R U_L + \overline{U}_L U_R) + h_U \underbrace{\overline{U}_R (\tilde{H}_2 U_L - \tilde{H}_1 D_L)}_{\text{interactions}} \end{aligned}$$

isto $SU(2)_W$ -invarijanta

Mase fundamentalnih fermiona

Yukawa interakcije sa Higgs-ovom česticom

- Slično za neutrine:

$$\begin{aligned} -h_\nu \overline{\nu_R} (\mathbb{H}^c)^\dagger \left[\begin{smallmatrix} \nu \\ \ell^- \end{smallmatrix} \right]_L + h.c. \\ = -h_\nu \overline{\nu_R} (-H_2 \nu_L + H_1 \ell_L^-) + h.c. \\ = \underbrace{\Re e(h_\nu \langle H_2 \rangle)}_{=m_c^2} (\overline{\nu_R} \nu_L + \overline{\nu_L} \nu_R) + h_\nu \underbrace{\overline{\nu_R} (\tilde{H}_2 \nu_L - \tilde{H}_1 \ell_L^-)}_{\text{interactions}} \end{aligned}$$

isto $SU(2)_W$ -invarijante

- Parametri h_U, h_D, h_ℓ i h_ν kontrolišu kako mase fermiona tako i Yukawa interakcije sa Higgs-ovim poljem.
- Otkad je Higgs-ova čestica eksperimentalno nadjena, eksperimenti mere te Yukawa-interakcione parametre.
- Osim toga, h_U, h_D, h_ℓ i h_ν podležu i (računskim) ograničenjima tako da bi Standard Model bio perturbativan.

Mešanje neutrina

Solarni neutrini i spektar

- Neutrini se proizvode u atmosferi:

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \rightarrow (e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu) + \nu_\mu, \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \rightarrow (e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu) + \bar{\nu}_\mu.\end{aligned}$$

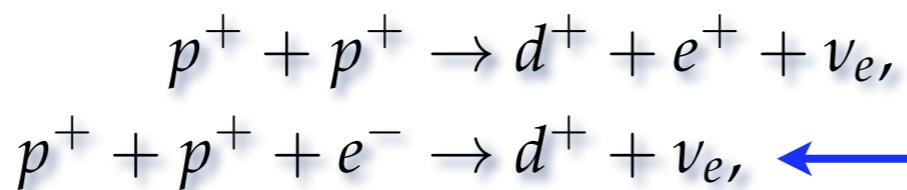
- To implicira dvaput više mionskih (anti)neutrina nego elektronskih...
- ...ali odnos u stvari zavisi od pravca njihovog kretanja!
 - ~vertikalno, blizu 2:1,
 - ~horizontalno, blizu 1:1.
- Neutrini se takođe proizvode i u zvezdama kao što je Sunce
 - Velike zvezde: katalizator je ugljenik, azot i kiseonik
 - manje zvezde (kao Sunce): “*pp*-proces”

Mešanje neutrina

Solarni neutrini i spektar

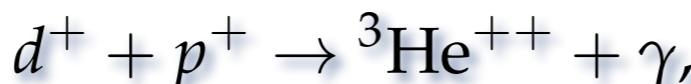
pp-proces

1. :

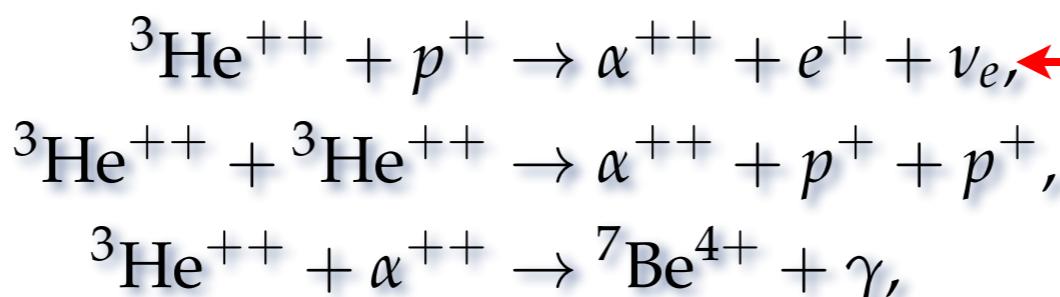


kontinualan
diskretan

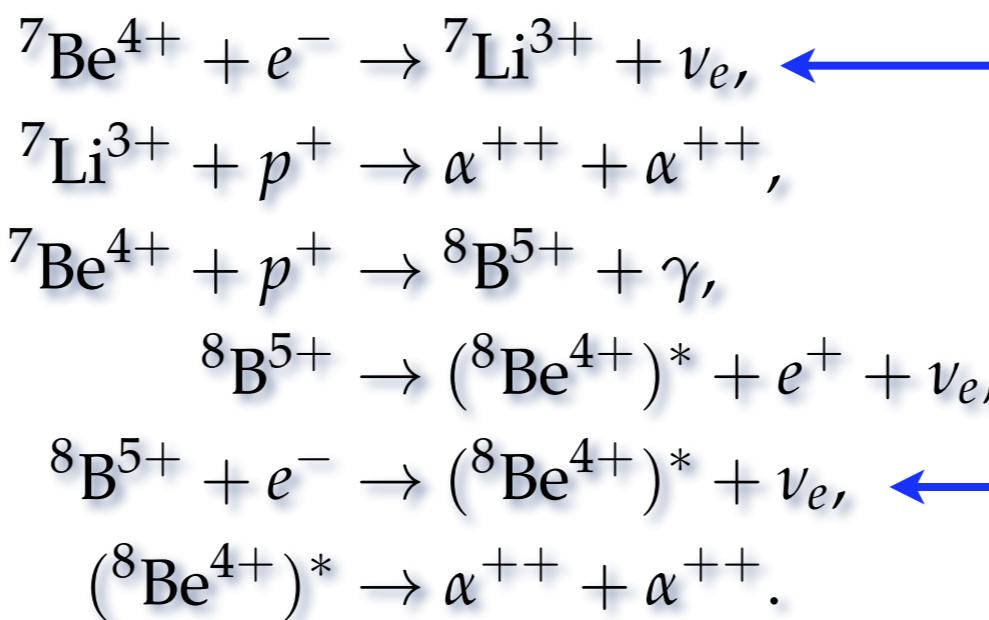
2. :



3. :



4. :



Grupa Ray Davis-a:
Homestake rudnik zlata,
1,616 m dubok (South Dakota)
detektovano je samo $\sim \frac{1}{3}$ od očekivanog broja.

“neutrino problem”

Mešanje neutrina

Fenomen mešanja

- Model igračka: $H|1\rangle = E_1|1\rangle$ i $H|2\rangle = E_2|2\rangle$
 $|“1+2”;t\rangle = C_1 e^{-iE_1 t/\hbar} |1\rangle + C_2 e^{-iE_2 t/\hbar} |2\rangle,$

Onda

$$\begin{aligned} P_\alpha &:= \left| [\cos(\alpha)\langle 1| + \sin(\alpha)\langle 2|] |“1+2”;t\rangle \right|^2 \\ &= |C_1|^2 \cos^2(\alpha) + |C_2|^2 \sin^2(\alpha) + \sin(2\alpha) \operatorname{Re} [C_1 C_2^* e^{-i(E_1 - E_2)t/\hbar}]. \end{aligned}$$

- Počev od ortogonalnog $-\sin(\alpha)|1\rangle + \cos(\alpha)|2\rangle$,

$$P_{|\alpha+\frac{\pi}{2}\rangle \rightarrow |\alpha\rangle} = \sin^2(2\alpha) \boxed{\sin^2(\frac{1}{2}\omega_{12}t), \quad \omega_{12} := \frac{E_1 - E_2}{\hbar}}$$

oscilacije

- dva stanja nisu degenerisana ($E_1 \neq E_2$),
- system je izvorno u netrivijalnoj linearnej kombinaciji ($\alpha \neq 0$).

Mešanje neutrina

Fenomen mešanja

• Relativistički:

$$E_1 - E_2 = \sqrt{|\vec{p}|^2 c^2 + m_1^2 c^4} - \sqrt{|\vec{p}|^2 c^2 + m_2^2 c^4} \approx |\vec{p}| c \left[\frac{1}{2} \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^2}{|\vec{p}|^2} + \dots \right],$$
$$\approx \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^3}{2|\vec{p}|} + \dots \approx \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^4}{2\bar{E}},$$

• $|\nu_e\rangle$ i $|\nu_\mu\rangle$ su svojstvene vrednosti slabih interakcija (koje ih stvaraju), ali ne i slobodnog kretanja.

$$|\nu_e\rangle = -\sin(\theta_\nu)|\nu_1\rangle + \cos(\theta_\nu)|\nu_2\rangle, \quad |\nu_\mu\rangle = \cos(\theta_\nu)|\nu_1\rangle + \sin(\theta_\nu)|\nu_2\rangle,$$

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} \approx \sin^2(2\theta_\nu) \sin^2 \left(\frac{(m_1^2 - m_2^2) c^4}{4\bar{E}\hbar} t \right)$$

• Na razdaljini $(2n+1)z_*$, gde je $z_* = \frac{2\pi\bar{E}\hbar}{(m_1^2 - m_2^2) c^3}$ sa $n = 0, 1, 2, \dots$

• imamo 100% $|\nu_\mu\rangle$, dok između, @ $2nz_*$, imamo 100% $|\nu_e\rangle$.

Mešanje neutrina

Fenomen mešanja

MSW efekt

- Naravno, postoji *tri* tipa neutrina,
- ...interakcija sa supstancijom menja parametre...
- ...prema modelu Wolfenstein, Mikheyev i Smirnov
- Od 2002, oscilacije neutrina rešavaju “neutrino problem”

$$\Delta_{12}(m_\nu^2) \approx 8 \times 10^{-5} (\text{eV}/c^2)^2, \quad \Delta_{23}(m_\nu^2) \approx 3 \times 10^{-3} (\text{eV}/c^2)^2,$$

- Najopštije mešanje neutrina je kao mešanje donjih kvarkova
- Maki, Nakagawa i Sakata (1962), Pontecorvo (1967): PMNS matrica (kao CKM matrica mešanja donjih kvarkova)
- Eksperimentalni rezultati:
 - razlika izmedju kvadrata masa: ~~tahioni?~~ = —
 - kakva je razlika: — ili — =

Mešanje neutrina

Neutrini i mehanizam klackalice

- Pošto neutrini nemaju ni nanelektrisanje ni boju, a $SU(2)_w \times U(1)_y$ simetrija je narušena,

- ... $\nu = \bar{\nu}$ bi bila $SU(3)_c \times U(1)_Q$ -invarijantna tvrdnja.

- Onda $\overline{\Psi}_{\pm}(\Psi_{\pm})^C = \overline{\Psi}\gamma_{\mp}(\gamma_{\mp})^{\top}\Psi^C = \overline{\Psi}\gamma_{\mp}\Psi^C$

$$I_w(\nu_{eL}) = +\frac{1}{2}, \\ I_w(H_2) = -\frac{1}{2}, \\ I_w(\nu_{eR}) = 0.$$

- ...je dozvoljen (Majorana) maseni član.

- Dirac-ova + Majorana-ina masa

$$m_{\nu} (\overline{\nu_{eR}} \nu_{eL} + \overline{\nu_{eL}} \nu_{eR}) + \frac{1}{2} M_{\nu} \overline{\nu_{eR}} \nu_{eR}^c \quad h_{\nu} \langle H_2 \rangle =: m_{\nu}$$

- daje

$$\begin{bmatrix} 0 & m_{\nu} \\ m_{\nu} & M_{\nu} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{diag.}} m_{\pm} = \frac{1}{2} \left| M_{\nu} \pm \sqrt{4m_{\nu}^2 + M_{\nu}^2} \right| \approx \begin{cases} M_{\nu}, \\ m_{\nu}^2/M_{\nu}. \end{cases}$$

$$m_{\nu} \sim 10^2 \text{ GeV}/c^2 \quad M_{\nu} \gtrsim 10^{15} \text{ GeV}/c^2 \quad m_- \lesssim 10^{-11} \text{ GeV}/c^2 = 10^{-2} \text{ eV}/c^2$$

Mešanje neutrina

Neutrini i mehanizam klackalice

- Ako su neutrini stvarno svoje sopstvene antičestice

$$2d \rightarrow 2(u + e^- + \bar{\nu}_e) \rightarrow 2u + 2e^- + (\bar{\nu}_e + \nu_e \rightarrow 0) \rightarrow 2u + 2e^-$$

- je poznato kao “bez-neutrinski dvostruki beta-raspad”...
- ...koji nikada nije detektovan.

- Osim toga, Davis & Harmer-ov 1956 zaključak da $\bar{\nu}_e \neq \nu_e$ pošto $(\nu_e + n^0 \rightarrow p^+ + e^-)$ ali $(\bar{\nu}_e + n^0 \rightarrow p^+ + e^-)$
- je *prepostavlja* parnost! Ovaj process *može* takođe da je zabranjen otsustvom (vrlo velika masa?) levog antineutrina.
- Za mehanizam klackalice, treba masa $M_\nu > 10^{13} \text{ GeV}/c^2$,
 - koja ne može da potiče iz Standardnog Modela,
 - ...gde je karakteristična masa $\langle H \rangle \sim 100 \text{ GeV}/c^2$.

“neprirodno”

Standardni Model, opet

Ono što znamo da znamo

- Lagranžijanska gustina Standardnog Modela:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_{M_\nu},$$

$$\mathcal{L}_F = i\hbar c \sum_n \left[\overline{\Psi_{nL}} \not{D} \Psi_{nL} + \overline{\Psi_{nR}} \not{D} \Psi_{nR} \right],$$

$$D_\mu := \partial_\mu + \frac{ig_c}{\hbar c} G_\mu^a Q_{c a} + \frac{ig_w}{\hbar c} W_\mu^\alpha \mathbb{V}_w^\dagger I_{w \alpha} \mathbb{V}_w + \frac{ig_y}{\hbar c} B_\mu Y_w,$$

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu},$$

$$\mathcal{L}_H = \left\| [\partial_\mu - \frac{ig_w}{\hbar c} W_\mu^a \sigma_a - \frac{ig_y}{\hbar c} \mathbb{1}] \mathbb{H}] \right\|_\eta^2 - \frac{\kappa}{2} \left(\frac{\mu c}{\hbar} \right)^2 (\mathbb{H}^\dagger \mathbb{H}) - \frac{1}{4} \lambda (\mathbb{H}^\dagger \mathbb{H})^2,$$

$$\mathcal{L}_Y = \sum_n (h_n \overline{\Psi_{nR}} (\mathbb{H}^\dagger \Psi_{nL}) + h_n^* (\overline{\Psi_{nL}} \mathbb{H}) \Psi_{nR}),$$

$$\mathcal{L}_{M_\nu} = \frac{1}{2} M_\nu c^2 \overline{\nu_{eR}} \nu_{eR}^c. \quad \leftarrow \dots \text{extra!} \quad \boxed{\text{“neprirodno” } M_\nu / \langle \mathbb{H} \rangle \sim 10^{11}}$$

Hvala na pažnji!

Tristan Hübsch

Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD

Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia

<https://tristan.nfshost.com/>