

(Fundamentalna) Fizika Elementarnih Čestica

Dan 06: Spontano narušenje i hiralna asimetrija
slabih interakcija

Tristan Hübsch

Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD

Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia

<https://tristan.nfshost.com/>

Narušenje simetrija i slabe interakcije

Program za danas:

• Narušenje simetrija

- Jedan jednostavni model-igračka...
- ...sa temperaturom
- Kontinualne simetrije
- Goldstone-ov mod
- Kalibracioni bozon “guta” Goldstone-ov mod

• Slaba nuklearna interakcija

- Simetrijska struktura: $SU(2)_w \times U(1)_y \rightarrow U(1)_Q$
- Glashow-Weinberg-Salam-ov model

Petak 20. V 2022
posle pauze:

— Zoom-foto —

Narušena simetrija

Prvo, nekoliko "filozofskih" napomena

- Simetrije prožimaju fiziku i teorijski opis prirode
- Približne i efektivne simetrije su korisne
 - Iz vremena potrebnog da se guska ispeče može da se proceni (koristeći aproksimaciju da je guska sferno crno telo → kalorijski kapacitet) koliko daleko guska može da odleti bez sletanja i hrane. [J.A. Wheeler]
 - Sukcesivnom aproksimacijom nanelektrisanog krompira se dobije multipolni razvoj, gde je prvih $n(r)$ članova dovoljno, gledano sa dovoljne razdaljine r , a $n(r)$ je opadajuća (strogo ne-rastuća) funkcija razdaljine r
 - $SU(3)_f$ simetrija je korisna i zbog klasifikacije hadrona...
 - ...a i što je ukazala na:
 - postojanje kvarkova
 - (uz spin-statistiku tj. Pauli-ev princip isključenja) na postojanje boje
 - koja je presudna za osobnosti jakih interakcija (→ $SU(3)_c$)

Narušena simetrija

Prvo, nekoliko "filozofskih" napomena

- Narušenje simetrija je nešto drugo; prati fazne promene.
- S jedne strane:
 - Raspodela brzina (3-impulsi) molekula vode je izotropna, i ima rotacionu simetriju $SO(3)$.
 - 3-impulsi u ledu imaju samo diskretnu simetriju kristalne rešetke Λ^* (dualne/inverzne kristalnoj rešetci samog leda).
 - Ledjenje je korelisano sa narušenjem simetrije $SO(3) \rightarrow \Lambda^*$.
- S druge strane:
 - Pozicije molekula leda imaju diskretnu simetriju kristalne rešetke, Λ .
 - Pozicije molekula vode nemaju nikakvu simetriju.
 - Topljenje je korelisano sa narušenjem simetrije $\Lambda \rightarrow 0$.

Narušena simetrija

Prvo, nekoliko "filozofskih" napomena

- U opisu narušenja simetrije, bitno je naznačiti:
 - Šta je tačno objekat čije simetrije diskutujemo?
 - Voda/led, tj. H₂O.
- Koje se osobine objekta menjaju u procesu?
 - Npr.: "raspodele brzina molekula" ili "pozicije molekula".
- Kako se te osobine menjaju?
 - Ledjenjem, (statistička) raspodela brzina postane ograničenija
 - Topljenjem, (egzaktne) pozicije postanu slobodnije
- Kada se simetrija naruši
 - Kad $T < T_c$, odnosno $T > T_c$: parametar uredjenja.

Narušena simetrija

Prvo, nekoliko "filozofskih" napomena

• Približne simetrije su korisne za približne račune:

- Približna "sfernost" i "crno-telnost" guske
- Približna "sfernost," "linijnost," *itd.*, u multipolnom razvoju
- Približna $SU(3)_f$ simetrija $\{d, u, s\}$ kvark-sistema...

• Narušene simetrije su fundamentalnije:

- Mikroskopski, fundamentalno-fizički opis se radikalno menja
- Sama *promena* mikrofizičkog opisa je ne-perturbativna
- Efektivne osobine sistema: distribucija brzina molekula, pozicione simetrije, magnetizacija...
- ...se daju opisati efektivno...
- ➔ Landau-Ginzburg modeli usrednjjenog polja
- Fenomenološki opis: lako uporediv sa eksperimentima
okvirne osobenosti za fundamentalnu teoriju da proizvede

Narušena simetrija

Model-igračka

- Uzmimo, za početak $M(\vec{r}, t)$ kao magnetizaciju.
 - Ovo $M(\vec{r}, t)$ se dobija usrednjavanjem vrednosti (čak molekularno) malih, magnetskih domena po oblastima koje su
 - dovoljno male da predstavljaju magnetizaciju u tačkama magneta,
 - ali dovoljno velike da usrednjavanje ima smisla.
 - Sledi da promene u $M(\vec{r}, t)$ putuju kao (“c” ovde nije 3×10^8 m/s)

$$\left[\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] M = \dots$$

- ...što je jednačina dobivena variranjem “relativističkog” Hamilton-ovog dejstva

$$S_{\text{kin.}} = \frac{1}{2} \int d^4x \sum_{\mu=0}^3 (\partial_\mu M)^2$$

Narušena simetrija

Model-igračka

- Detalji izostavljeni u

$$\left[\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] M = \dots$$

- ...se opisuju dodavanjem potencijala:

$$S_{\text{pot.}} = \int d^4x V(M)$$

- tako da:

$$\left[\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] M = \frac{\partial V}{\partial M}$$

- Na primer, $V(M) = \frac{1}{2}\mu^2 M^2$ daje analog linearnog harmonijskog oscilatora

- i harmonijske oscilacije magnetizacije oko $M=0$.

Narušena simetrija

Dodamo temperaturnu zavisnost

- Odaberemo potencijal koji zavisi od temperature:

$$V(M) = \frac{1}{2}(T^2 - \mu^2)M^2 + \frac{1}{4}\lambda M^4$$

- i interesuje nas srednja (očekivana) vrednost magnetizacije,

$$\langle M \rangle = \int dM \, M \, e^{i(S_{\text{kin.}} + S_{\text{pot.}})/\hbar}$$

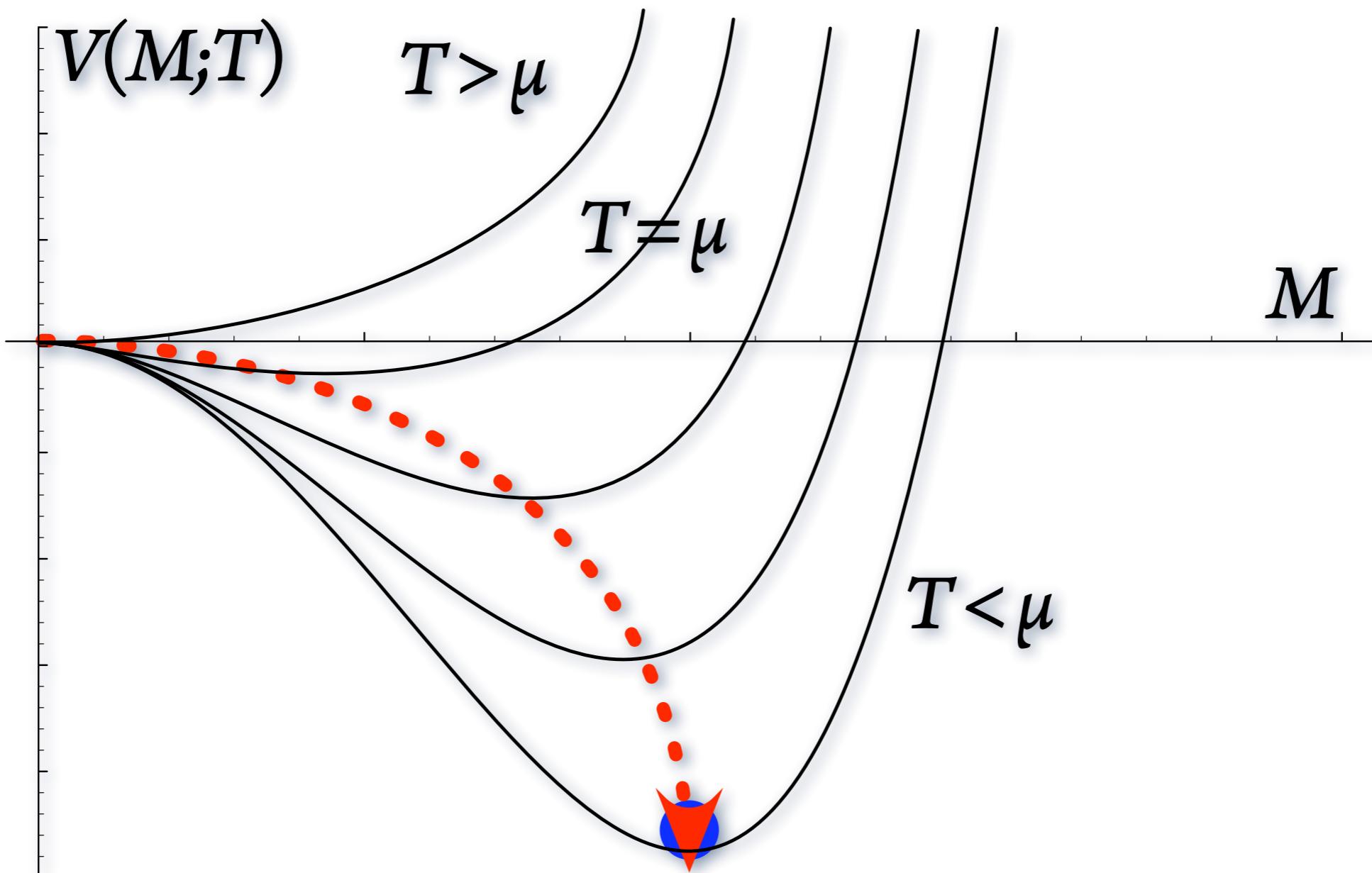
- Sve dok je $T^2 > \mu^2$, znamo —bez računanja— da je $\langle M \rangle = 0$.
- Medjutim, kada $T^2 < \mu^2$, onda je $\langle M \rangle \neq 0$:

$$M_{\text{min.}} = \pm \sqrt{(\mu^2 - T^2)/\lambda}$$

Narušena simetrija

Dodamo temperaturnu zavisnost

- Potencijal zavisi od temperature:



Narušena simetrija

Dodamo temperaturnu zavisnost

- $T > T_c$: $-\frac{\partial V}{\partial M} < 0$ blizu $M=0$; stabilan minimum.
- $T < T_c (= \mu)$:
 - Dok je $-\frac{\partial V}{\partial M} \Big|_{M=0} < 0$: nestabilan maksimum,
 - $-\frac{\partial V}{\partial M} \Big|_{M=M_{\min}} > 0$: stabilan minimum.
- Ako postoji makar i mala nestabilnost u $M=0$ extremumu,
 - za $T < T_c = \mu$ se sistem “otkotrlja” od $M=0$ do $M=M_{\min}$.
 - To se naziva “spontano” narušenje simetrije
 - u ovom slučaju, \mathbb{Z}_2 : $M \rightarrow -M$, je simetrija koja je narušena...
 - ...a i transformacija koja prevodi jedan minimum u drugi;
 - nestabilnost je neophodna, a može biti i kvantna fluktuacija.
- Landau-Ginzburg potencijal:

$$V(M) = \frac{1}{2}(T^2 - \mu^2)M^2 + \frac{1}{4}\lambda M^4 + \frac{1}{6}\varkappa M^6$$

Narušena simetrija

Dodamo temperaturnu zavisnost

- ➊ Izbor potencijala je bio proizvoljan
- ➋ To je odlika fenomenoloških Lagranžijana
- ➌ Cilj: izvesti potencijal iz “mikroskopske” (fundamentalne) teorije
- ➍ Ako je početna kvantna fluktuacija i dovoljna da sistem pokrene iz $M=0$ u $M=M_{\min}$...
 - ➎ ...oba su minimuma jednakomoguća, pa rezultat $\langle M \rangle = 0$ —globalno— ipak ostaje na snazi, mada u bilo kom od dva moguća konkretna slučaja, $M \neq 0$
 - ➏ Zaključak je da simetriju narušava ne dinamika, već granični odnosno početni uslovi — ma koliko mala nesavršenost
 - ➐ ...možda kvantna fluktuacija

Digresija

Degeneracija osnovnog stanja

- Kada je $\min[V(M)] = \pm M_{\min}$, postoje dva “vakuma”,

$$|0_-\rangle \quad \text{i} \quad |0_+\rangle$$

- pa i dva Hilbert-ova prostora (sektora):

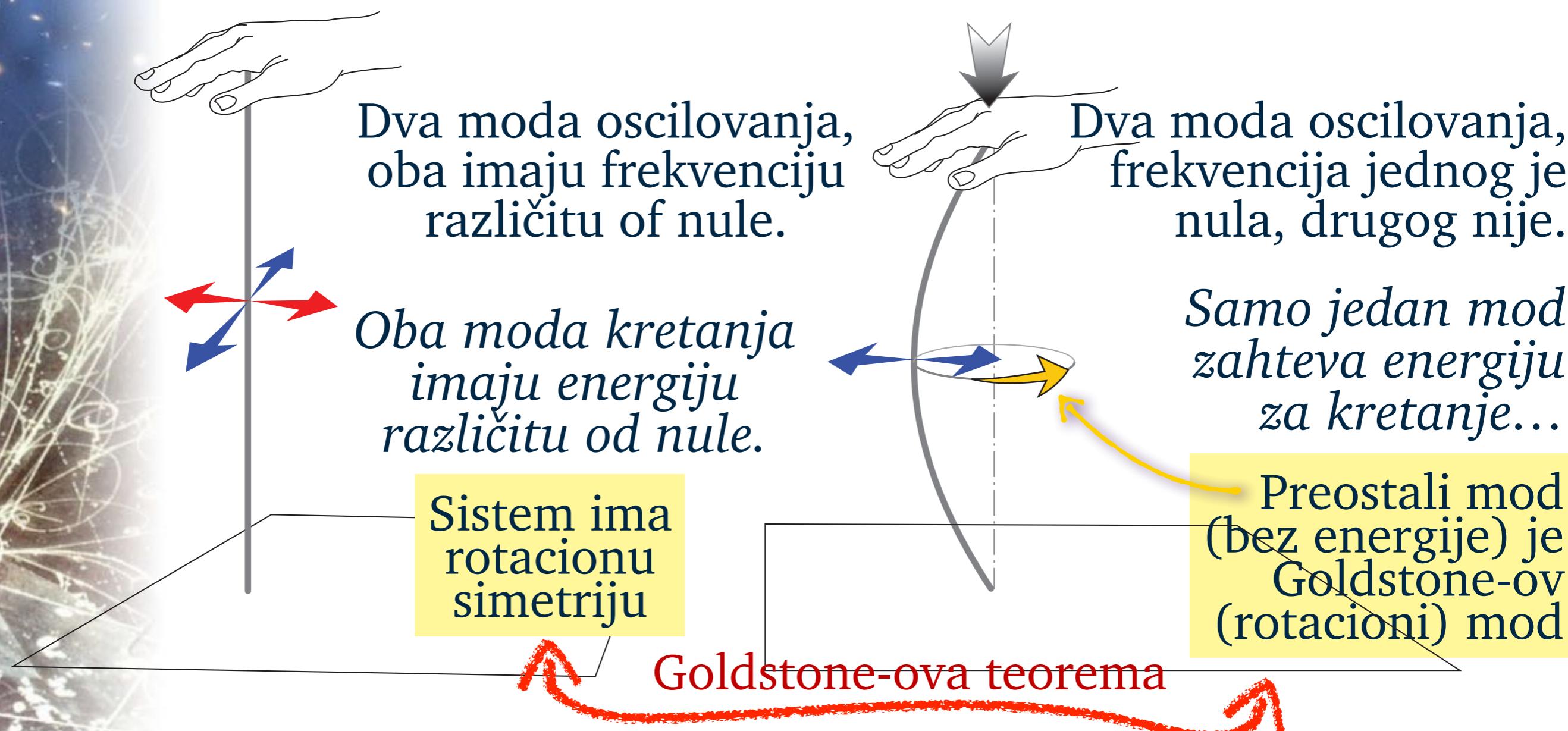
$$\mathcal{H}_{\pm} := \left\{ |n_{\pm}\rangle := \frac{(\hat{a}^{\dagger})^n}{\sqrt{n}} |0_{\pm}\rangle, n=0, 1, 2, \dots \right\}$$

- Naravno, postoje i linearne superpozicije dva “vakuma”, pa i svih stanja iz ta dva različita “sektora”.
- Za potrebe *perturbativnog* računa je potrebno odabratи jedan, konkretan “vakum”.

Narušena simetrija

Kontinualna simetrija

- Očigledan a jednostavan primer:



Narušena simetrija

Kontinualna simetrija

- Vratimo se na pravu magnetizaciju:

$$V(\vec{M}) = \frac{1}{2}(T^2 - \mu^2)\vec{M}^2 + \frac{1}{4}\lambda^4(\vec{M}^2)^2 + \frac{1}{6}\kappa^6(\vec{M}^2)^3$$

- Pošto je magnetizacija vektor—i jedini vektor, potencijal može da zavisi samo od “intenziteta” vektora.
- Potencijal (a i kinetički član, pa dakle čitav lagranžijan) je stoga automatski rotaciono simetričan.
- Za $T < T_c = \mu$, potencijala ima minimum na čitavoj sferi “poluprečnika” koji daje potencijalu minimalnu vrednost.
- Međutim, sistem *ne može da bude svuda* na toj sferi, pa mala (pa i kvantna) nestabilnost ili spoljni uticaj “odabere” konkretnu tačku
 - —i tim izborom naruši \vec{M} -rotacionu simetriju.
- Grupa koja je time narušena preslikava jedan minimum u drugi

Narušena simetrija

Kontinualna simetrija

- Dva skalarna polja u prostor-vremenu:

$$\mathcal{L}_{2d} = \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}\delta^{ij}(\partial_\mu\phi_i)(\partial_\nu\phi_j) - \frac{1}{2}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2(\delta^{ij}\phi_i\phi_j) - \frac{1}{4}\lambda(\delta^{ij}\phi_i\phi_j)^2.$$

- Simetrija:

$$\varpi_\alpha : \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

- Promenom predznaka kvadratnog člana:

$$\widetilde{\mathcal{L}}_{2d} = \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}\delta^{ij}(\partial_\mu\phi_i)(\partial_\nu\phi_j) + \frac{1}{2}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2(\delta^{ij}\phi_i\phi_j) - \frac{1}{4}\lambda(\delta^{ij}\phi_i\phi_j)^2,$$

potencijal stiče kontinuum minimuma:

$$(\phi_1, \phi_2)_{\min} = \left(\frac{mc}{\hbar\sqrt{\lambda}} \cos \theta, \frac{mc}{\hbar\sqrt{\lambda}} \sin \theta \right),$$

Narušena simetrija

Kontinualna simetrija

- Redefinicijom, za $(\phi_1, \phi_2) \rightarrow (\frac{m c}{\hbar \sqrt{\lambda}}, 0)$,

$$\varphi_1 := \phi_1 - \frac{m c}{\hbar \sqrt{\lambda}}, \quad \varphi_2 := \phi_2$$

- Lagranžijanska gustina postaje:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{2d} &= \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} \delta^{ij} (\partial_\mu \varphi_i) (\partial_\nu \varphi_j) - \left(\frac{m c}{\hbar}\right)^2 \varphi_1^2 \\ &\quad - \frac{m c \sqrt{\lambda}}{\hbar} \varphi_1 (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2 + \frac{m^4 c^4}{4 \lambda \hbar^4}, \\ &= \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (\partial_\mu \varphi_1) (\partial_\nu \varphi_1) - \left(\frac{m c}{\hbar}\right)^2 \varphi_1^2 - \frac{m c \sqrt{\lambda}}{\hbar} \varphi_1^3 - \frac{1}{4} \lambda \varphi_1^4 \\ &\quad + \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (\partial_\mu \varphi_2) (\partial_\nu \varphi_2) - \frac{1}{4} \lambda \varphi_2^4 \\ &\quad - \frac{m c \sqrt{\lambda}}{\hbar} \varphi_1 \varphi_2^2 - \frac{1}{2} \lambda \varphi_1^2 \varphi_2^2 + \frac{m^4 c^4}{4 \lambda \hbar^4},\end{aligned}$$

nema “ φ_2^2 ”

nema masu

Narušena simetrija

Kontinualna simetrija

- Goldstone-ov mod je *jasniji* u polarnoj parametrizaciji

$$\phi_1 = \rho \cos \theta, \quad \phi_2 = \rho \sin \theta,$$

$$\widetilde{\mathcal{L}}_{2d} = \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} [(\partial_\mu \rho)(\partial_\nu \rho) + \rho^2 (\partial_\mu \theta)(\partial_\nu \theta)] + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \rho^2 - \frac{1}{4} \lambda \rho^4,$$

- gde je minimum u $\rho = \frac{mc}{\hbar\sqrt{\lambda}}$, pa smenom $\varrho := \rho - \frac{mc}{\hbar\sqrt{\lambda}}$

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathcal{L}}_{2d} = & \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (\partial_\mu \varrho)(\partial_\nu \varrho) - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \varrho^2 - \frac{mc\sqrt{\lambda}}{\hbar} \varrho^3 - \frac{1}{4} \lambda \varrho^4 + \frac{m^4 c^4}{4\lambda \hbar^4} \\ & + \frac{1}{2} \left(\varrho + \frac{mc}{\hbar\sqrt{\lambda}} \right)^2 \eta^{\mu\nu} (\partial_\mu \theta)(\partial_\nu \theta). \end{aligned}$$

nelinearna sprega

suvišna energija

Narušena simetrija

Kontinualna kalibraciona simetrija

- Definicijom $\phi := \phi_1 + i\phi_2$ imamo kompleksno polje, pa onda i fazu i kalibracionu simetriju = lokalnu translaciju faze.

- Lagranžijanska gustina:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{CW}} = & \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (D_\mu \phi)^* (D_\nu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{m c}{\hbar} \right)^2 |\phi|^2 - \frac{1}{4} \lambda (|\phi|^2)^2 \\ & - \frac{4\pi\epsilon_0}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu},\end{aligned}$$

- gde je $D_\mu \phi = \partial_\mu \phi + \frac{i q_\phi}{\hbar c} A_\mu \phi$ kalibraciono-kovarijantni izvod

- Model ima faznu/kalibracionu $U(1)$ simetriju:

$$\phi(x) \rightarrow \exp\{iq_\phi \chi(x)\} \phi(x), \quad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \partial_\mu \chi(x)$$

Narušena simetrija

Kontinualna kalibraciona simetrija

- Sa promenjenim predznakom kvadratnog člana,

$$\widetilde{\mathcal{L}}_{\text{CW}} = \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (D_\mu \phi)^* (D_\nu \phi) + \frac{1}{2} \left(\frac{m_c}{\hbar} \right)^2 |\phi|^2 - \frac{1}{4} \lambda (|\phi|^2)^2 - \frac{4\pi\epsilon_0}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}.$$

- min. je kružnica $|\phi| = \frac{m_c}{\hbar\sqrt{\lambda}}$: degeneracija osnovnog stanja
- Postoji, dakle, kontinuum mogućih “vakuma”
- Sistem mora da “izabere” neki konkretan “vakum”,
 - a taj izbor:
 - nije opisan lagranžijanskim gustinom/jednačinama kretanja
 - mora da bude posledica “početnog/graničnog uslova”
 - ili (sličajne, proizvoljne ali konkretne) kvantne fluktuacije

Narušena simetrija

Kontinualna kalibraciona simetrija

Raspisano:

φ_2 je bez mase

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathcal{L}}_{\text{CW}} = & \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_1)(\partial^\mu \varphi_1) - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \varphi_1^2 \right] + \boxed{\frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_2)(\partial^\mu \varphi_2)} \\ & - \left[\frac{4\pi\epsilon_0}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \frac{q_\varphi^2 m^2}{\hbar^4 \lambda} A_\mu A^\mu \right] \quad \text{kao ugaoni momenat} \\ \text{mešanje!} & + \frac{q_\varphi m}{\hbar^2 \sqrt{\lambda}} A_\mu (\partial^\mu \varphi_2) + \frac{q_\varphi}{c \hbar} A_\mu [\varphi_1 (\partial^\mu \varphi_2) - (\partial^\mu \varphi_1) \varphi_2] \\ & + \frac{q_\varphi^2 m}{c \hbar^3 \sqrt{\lambda}} \varphi_1 A_\mu A^\mu - \frac{m c \sqrt{\lambda}}{\hbar} \varphi_1 (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) \quad \text{kao } \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \\ & + \frac{1}{2} \frac{q_\varphi^2}{c^2 \hbar^2} A_\mu A^\mu (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2 + \frac{m^4 c^4}{4 \lambda \hbar^4}.\end{aligned}$$

moramo
dijagonalizovati

suvišna energija

Narušena simetrija

Kontinualna kalibraciona simetrija

- Pošto je lagranžijanska gustina po konstrukciji fazno/kalibraciono invarijantna, uvedemo kalibracionu smenu

$$\begin{aligned}\phi \rightarrow e^{i\vartheta} \phi &= (\cos \vartheta + i \sin \vartheta)(\phi_1 + i\phi_2), \\ &= (\phi_1 \cos \vartheta - \phi_2 \sin \vartheta) + i(\phi_1 \sin \vartheta + \phi_2 \cos \vartheta)\end{aligned}$$

$$\vartheta = -\arctan\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right) = -\arctan\left(\frac{\varphi_2}{\varphi_1 + \frac{mc}{\hbar\sqrt{\lambda}}}\right)$$

$$A'_\mu := A_\mu + (\partial_\mu \vartheta)$$

- što menja samo parametrizaciju sistema.
- Isto bi se dobilo i dijagonalizacijom modova.

Narušena simetrija

Kontinualna kalibraciona simetrija

- Konačni oblik lagranžijanske gustine

$$\widetilde{\mathcal{L}}_{\text{CW}} = \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi'_1) (\partial^\mu \varphi'_1) - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \varphi'_1{}^2 \right]$$

$$- \left[\frac{4\pi\epsilon_0}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} \left[- \frac{1}{2} \frac{q_\varphi^2 m^2}{\hbar^4 \lambda} A'_\mu A'^\mu \right] \right]$$

$$+ \frac{q_\varphi^2 m}{c \hbar^3 \sqrt{\lambda}} \varphi'_1 A'_\mu A'^\mu - \frac{mc\sqrt{\lambda}}{\hbar} \varphi'_1{}^3$$

Interakcije

$$+ \frac{1}{2} \frac{q_\varphi^2}{c^2 \hbar^2} A'_\mu A'^\mu \varphi'_1{}^2 - \frac{1}{4} \lambda \varphi'_1{}^4 + \frac{m^4 c^4}{4 \lambda \hbar^4},$$

Suvišna
energija

- gde se φ_2 uopšte ne pojavljuje, a A_μ ima masu $\neq 0$.

Narušena simetrija

Glashow-Weinberg-Salam

Leva hiralnost (\approx helicitet)			Desna hiralnost (\approx helicitet)		
ν_e $< 2 \text{ eV}$	ν_μ $< 0.19 \text{ MeV}$	ν_τ $< 18.2 \text{ MeV}$	ν_e $< 2 \text{ eV}$	ν_μ $< 0.19 \text{ MeV}$	ν_τ $< 18.2 \text{ MeV}$
e .511 MeV	μ 106 MeV	τ 1.78 GeV	e .511 MeV	μ 106 MeV	τ 1.78 GeV
u, u, u 1.8–3.0 MeV	c, c, c 1.25–1.3 GeV	t, t, t 173–174 GeV	u, u, u 1.8–3.0 MeV	c, c, c 1.25–1.3 GeV	t, t, t 173–174 GeV
d, d, d 4.5–5.3 MeV	s, s, s 90–100 MeV	b, b, b 4.15–4.69 GeV	d, d, d 4.5–5.3 MeV	s, s, s 90–100 MeV	b, b, b 4.15–4.69 GeV
Interakcija sa W^\pm, Z^0			Ne interaguju sa W^\pm, Z^0		

Hvala na pažnji!

Tristan Hübsch

Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD

Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia

<https://tristan.nfshost.com/>