

# (Fundamentalna) Fizika Elementarnih Čestica

Dan 05c: Kalibracioni princip: renormalizacija

Tristan Hübsch

*Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC*

*Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD*

*Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia*

<https://tristan.nfshost.com/>

# Fundamentalna Fizika Elementarnih Čestica

## Program

- **Renormalizacija u QCD u poredjenju sa QED**
  - Rasprezanje nefizičkih kalibracionih potencijala u QED
  - Gluonske petlje  $\Leftrightarrow$  nekomutativnost
  - Ne-rasprezanje u QCD
  - Promenljiva  $SU(n)$  jačina interakcije
- **Zaklanjanje naelektrisanja**
- **Neabelovsko anti-zaklanjanje naboja**
  - Neabelovski Gauss-ov zakon
  - Landau pol i dimenziona transmutacija
- **Efektivni QCD potencijal**
  - asimptotska (ultravioletna) sloboda
  - infracrveno zarobljavanje

Petak 20. V 2022  
posle pauze:  
— Zoom-foto —

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

Rasprezanje nefizičkih QED potencijala

- Sećate se fotonskog (dela) Lagranžijana?

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} &= (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \\ &= (\partial_0 A_i - \partial_i A_0)(\partial^0 A^i - \partial^i A^0) + (\partial_i A_j - \partial_j A_i)(\partial^i A^j - \partial^j A^i) \end{aligned}$$

- ... i 4-vektorske  $\rightarrow$  (scalar, 3-vektor) notacije?

$$\begin{aligned} A_\mu &= (\Phi, -c\vec{A}) \quad \text{ali} \quad A^\mu = (\Phi, c\vec{A}) \\ \partial_\mu &= (\frac{1}{c}\partial_t, \vec{\nabla}) \quad \text{ali} \quad \partial^\mu = (\frac{1}{c}\partial_t, -\vec{\nabla}) \quad [\eta_{\mu\nu}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} &= \left( (\frac{1}{c}\partial_t)(-c\vec{A}) - (\vec{\nabla})(\Phi) \right) \cdot \left( (\frac{1}{c}\partial_t)(c\vec{A}) - (-\vec{\nabla})(\Phi) \right) \\ &\quad + \left( (\vec{\nabla}) \times (-c\vec{A}) \right) \cdot \left( (-\vec{\nabla}) \times (c\vec{A}) \right) \\ &= -\vec{E} \cdot \vec{E} + c^2 \vec{B} \cdot \vec{B} \end{aligned}$$

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

Rasprezanje nefizičkih QED potencijala

$$A_\mu = (\Phi, -\textcolor{green}{c} \vec{A})$$

- Izrazimo QED Lagranžijan eksplisitno:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} &= -(\dot{\vec{A}} + \vec{\nabla}\Phi)^2 + \textcolor{green}{c}^2(\vec{\nabla} \times \vec{A})^2 \\ &= -(\dot{A}_1 + \boxed{\Phi_{,1}})^2 - (\dot{A}_2 + \boxed{\Phi_{,2}})^2 - (\dot{A}_3 + \boxed{\Phi_{,3}})^2 \\ &\quad + \textcolor{green}{c}^2[(A_{2,1} - A_{1,2})^2 + (A_{3,2} - A_{2,3})^2 + (A_{1,3} - A_{3,1})^2] \end{aligned}$$

- Setimo se da je  $A_\mu \simeq A_\mu - \textcolor{green}{c}(\partial_\mu \lambda) \dots$
  - ... i odaberemo  $\lambda = \int dt \Phi$ , tako da
- $$\Phi \simeq \Phi - \textcolor{green}{c} \left( \partial_0 \int dt \Phi \right) = \Phi - \textcolor{green}{c} \left( \frac{\partial}{\partial(\textcolor{green}{c}t)} \int dt \Phi \right) = 0$$
- $$- \textcolor{green}{c} A_i \simeq - \textcolor{green}{c} A_i - \textcolor{green}{c} \left( \partial_i \int dt \Phi \right)$$
- $$\dot{A}_i \simeq \dot{A}_i + (\Phi_{,i} := \partial_i \Phi) \Rightarrow \boxed{\dot{A}_i \simeq (\dot{A}_i + \Phi_{,i})}$$
- $\Phi$  i  $A_3$  su nefizički stepeni slobode, pa želimo da ih raspregnemo of fizičkih  $A_1$  i  $A_2$
- Sad ovim rezultatom pojednostavimo Lagranžijan

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

Rasprezanje nefizičkih QED potencijala

- Dakle, QED Lagranžijan je kalibraciono ekvivalentan

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \simeq -(\dot{A}_1)^2 - (\dot{A}_2)^2 - (\dot{A}_3)^2 + c^2 [(A_{2,1} - A_{1,2})^2 + (A_{3,2} - A_{2,3})^2 + (A_{1,3} - A_{3,1})^2]$$

- ...pošto

$$A_{j,i} - A_{i,j} \simeq (A_{j,i} - \int dt \Phi_{,ji}) - (A_{i,j} - \int dt \Phi_{,ij}) = A_{j,i} - A_{i,j}$$

- Kompletним razvijanjem dobijamo:

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \simeq -(\dot{A}_1)^2 - (\dot{A}_2)^2 - (\dot{A}_3)^2 + c^2 [(A_{2,1})^2 + (A_{1,2})^2 + (A_{3,2})^2 + (A_{2,3})^2 + (A_{1,3})^2 + (A_{3,1})^2 - 2A_{2,1}A_{1,2} - 2A_{3,2}A_{2,3} - 2A_{1,3}A_{3,1}]$$

sprega fizičkih i nefizičkih komponenti



# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

## Rasprezanje nefizičkih QED potencijala

- Za foton koji se kreće brzinom svetlosti u smeru ose  $\hat{e}_3$ ,
  - ...  $A_1$  i  $A_2$  su fizičke (transverzalne) polarizacije,
  - ... a  $A_3$  nije. ( $\approx$  FitzGerald-Lorentz kontrakcija.)

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \simeq -(\dot{A}_1)^2 - (\dot{A}_2)^2 - (\dot{A}_3)^2$$

$$+ c^2 [(A_{2,1} - A_{1,2})^2 + (A_{3,2})^2 + (A_{3,1})^2 + (A_{2,3})^2 + (A_{1,3})^2 - 2A_{3,2} A_{2,3} - 2A_{1,3} A_{3,1}]$$

- Takodje, longitudinalna (u smeru  $\hat{e}_3$ ) promena  $A_1$  i  $A_2$  iščezava...
  - ... tako da  $A_{1,3} = 0 = A_{2,3}$ . ( $\approx$  FitzGerald-Lorentz kontrakcija.)

- Stoga:

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \simeq -(\dot{A}_1)^2 - (\dot{A}_2)^2 - (\dot{A}_3)^2 \quad \text{se raspregnu}$$

$$+ c^2 [(A_{2,1} - A_{1,2})^2 + (A_{3,2})^2 + (A_{3,1})^2]$$

fizičke promenljive

nefizičke promenljive

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

## Rasprezanje nefizičkih QED potencijala

- A zašto klasično rasprezanje ukazuje na rasprezanje i u punoj kvantnoj teoriji?
- Zbog Feynman-Hibbs-ove konstrukcije.
- Particioni funkcional

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}[\vartheta] &:= \int \mathbf{D}[\phi] e^{i\hbar^{-1} \int d^4x (\mathcal{L}(\phi) + \vartheta \cdot \phi)} \\ &\quad \boxed{\text{Tr}[\mathbb{F}_{\mu\nu} \mathbb{F}^{\mu\nu}] + \mathbb{J} \cdot \mathbb{A}} \\ \left[ \frac{\delta}{\delta \vartheta(x_1)} \cdots \frac{\delta}{\delta \vartheta(x_n)} \mathcal{Z}[\vartheta] \right]_{\vartheta=0} &= \left[ \int \mathbf{D}[\phi] \phi(x_1) \cdots \phi(x_n) e^{i\hbar^{-1} \int d^4x (\mathcal{L}(\phi) + \vartheta \cdot \phi)} \right]_{\vartheta=0} \\ &= G(x_1, \dots, x_n) \quad \boxed{\text{izračunato Feynman-ovim računom}} \end{aligned}$$

- ...su korelace funkcije, koje daju korelaciju perturbacija u polju  $\phi$  u prostor-vremenskim tačkama  $x_1, \dots, x_n$ .
- $G(x_1, x_2)$  je dobro poznata Green-ova funkcija.

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

## Gluonske petlje i nekomutativnost

- Neabelovska (nekomutativna) QCD ima sličan Lagranžijan

$$\begin{aligned}\text{Tr} [\mathbb{F}_{\mu\nu} \mathbb{F}^{\mu\nu}] &= \text{Tr} \left[ (\partial_\mu \mathbf{A}_\nu - \partial_\nu \mathbf{A}_\mu + \frac{i g_c}{\hbar c} [\mathbf{A}_\mu, \mathbf{A}_\nu]) \right. \\ &\quad \left. (\partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu + \frac{i g_c}{\hbar c} [\mathbf{A}^\mu, \mathbf{A}^\nu]) \right] \\ &= (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - \frac{g_c}{\hbar c} f_{bc}^a A_\mu^b A_\nu^c) \\ &\quad (\partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu - \frac{g_c}{\hbar c} f_a^{eh} A_e^\mu A_h^\nu) \\ &= (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu) \\ &\quad - \frac{2g_c}{\hbar c} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) \boxed{(f_a^{bc} A_b^\mu A_c^\nu)} + \frac{g_c^2}{\hbar^2 c^2} \boxed{(f_{bc}^a A_\mu^b A_\nu^c)} \boxed{(f_a^{eh} A_e^\mu A_h^\nu)}\end{aligned}$$

neabelovska struktura  
grupe  $SU(3)_c$

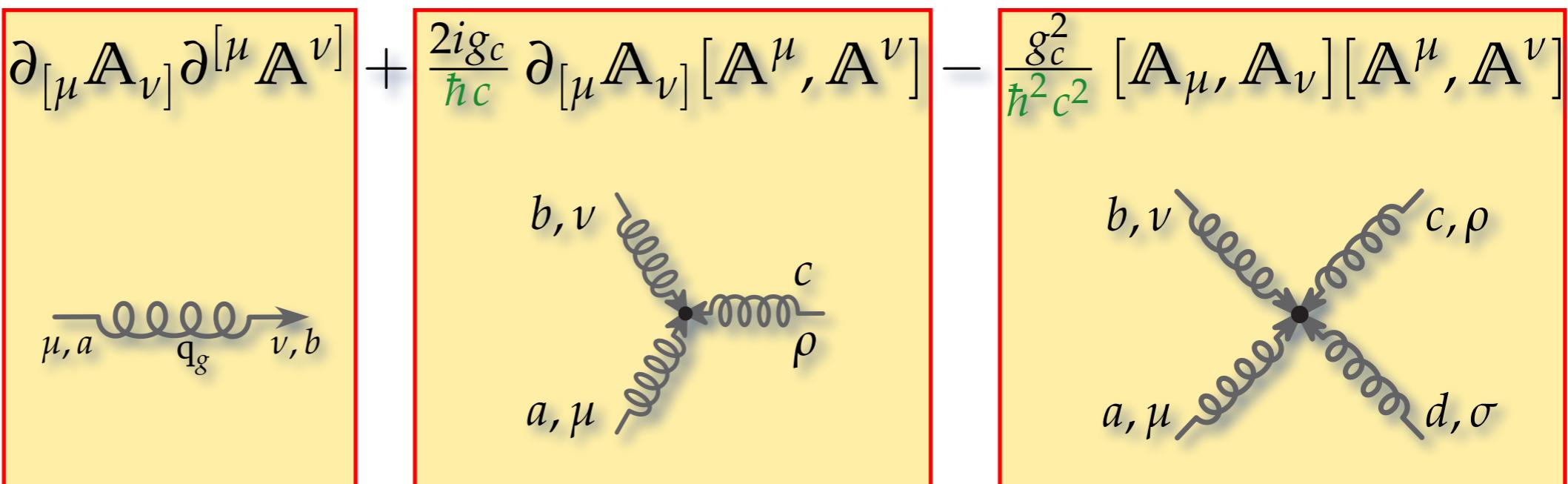
nelinearnosti

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

## Gluonske petlje i nekomutativnost

- Neabelovska (nekomutativna) QCD ima sličan Lagranžijan

$$\text{Tr} [\mathbb{F}_{\mu\nu} \mathbb{F}^{\mu\nu}] = \text{Tr} \left[ (\partial_\mu \mathbb{A}_\nu - \partial_\nu \mathbb{A}_\mu + \frac{i g_c}{\hbar c} [\mathbb{A}_\mu, \mathbb{A}_\nu]) \right.$$
$$\left. (\partial^\mu \mathbb{A}^\nu - \partial^\nu \mathbb{A}^\mu + \frac{i g_c}{\hbar c} [\mathbb{A}^\mu, \mathbb{A}^\nu]) \right]$$

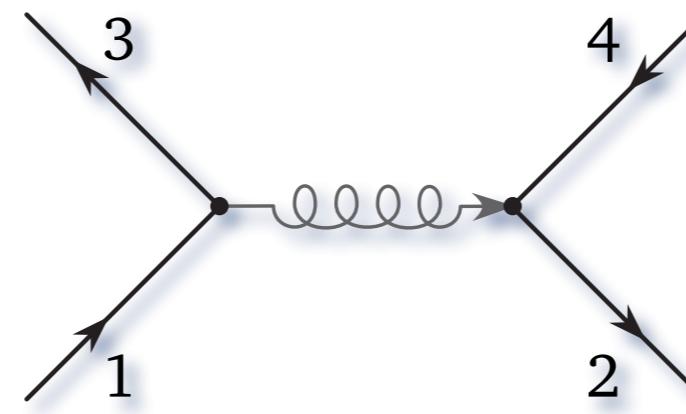
$$= \partial_{[\mu} \mathbb{A}_{\nu]} \partial^{[\mu} \mathbb{A}^{\nu]} + \frac{2 i g_c}{\hbar c} \partial_{[\mu} \mathbb{A}_{\nu]} [\mathbb{A}^\mu, \mathbb{A}^\nu] - \frac{g_c^2}{\hbar^2 c^2} [\mathbb{A}_\mu, \mathbb{A}_\nu] [\mathbb{A}^\mu, \mathbb{A}^\nu]$$


...gde se  $SU(3)_c$  trag podrazumeva.

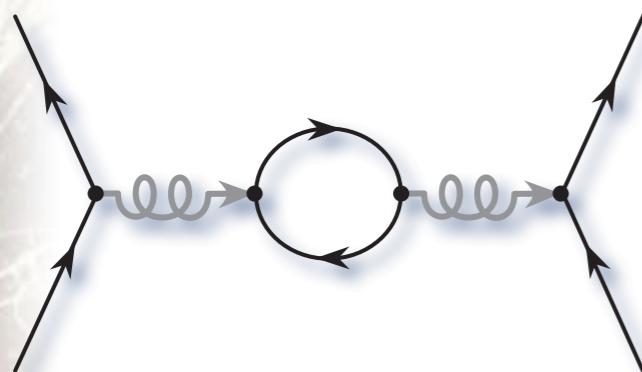
# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

## Gluonske petlje i nekomutativnost

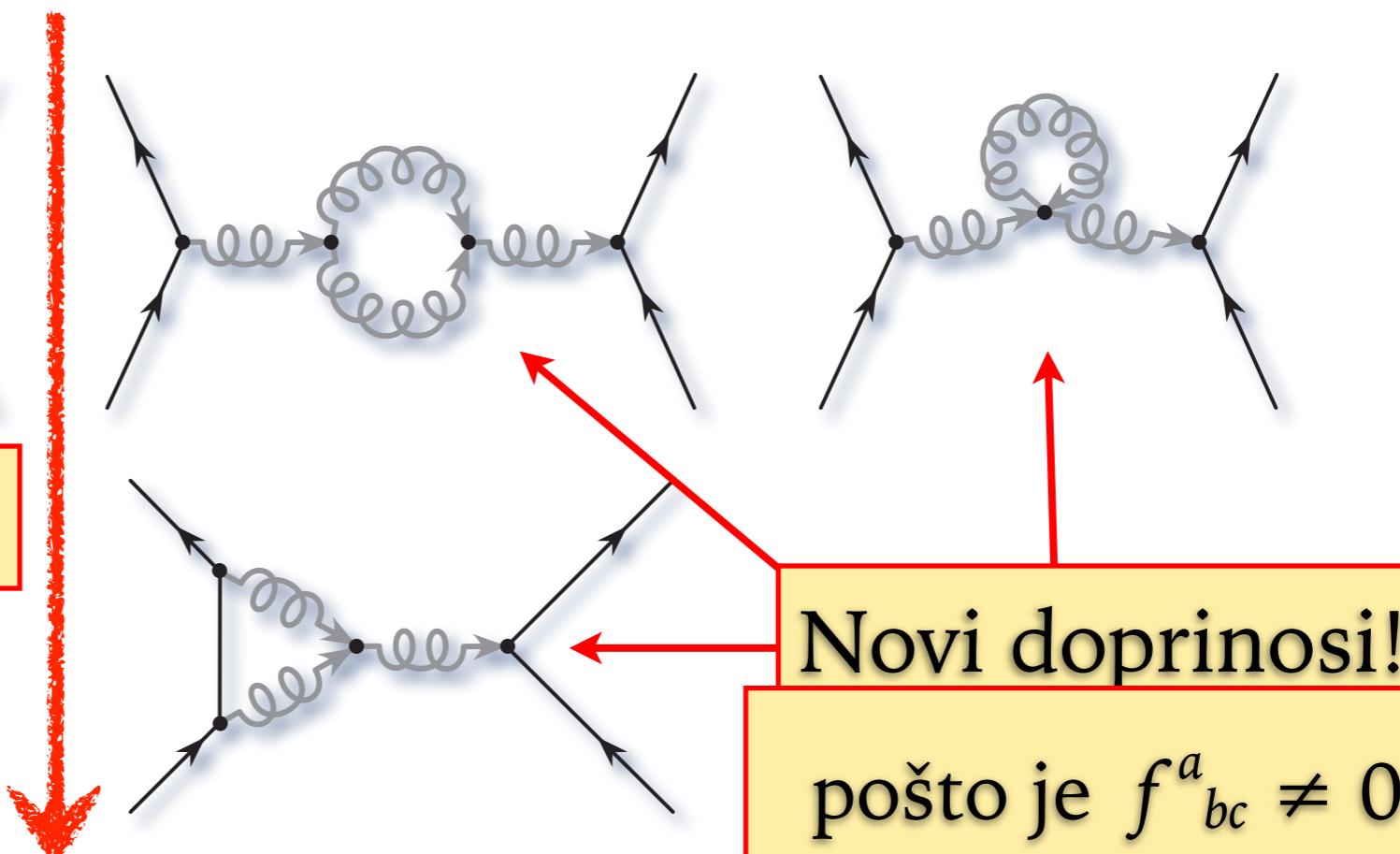
- Zbog tih 3- i 4-gluonskih verteksa,



- dobija korekcije:



Baš kao u QED.



Novi doprinosi!

pošto je  $f^a_{bc} \neq 0$

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

## Ne-rasprezanje u QCD

$$A_\mu^a = (\Phi^a, -\vec{c}\vec{A}^a)$$

- Mada je opet moguće iskoristiti kalibracionu transformaciju
- $A_\mu^a \simeq A_\mu^a - \textcolor{red}{c}(\partial_\mu \lambda^a)$  sa  $\lambda^a = \int dt \Phi^a$ ,

- ...ona ne eliminiše  $\Phi^a$ :

$$\text{Tr}[\mathbb{F}_{\mu\nu} \mathbb{F}^{\mu\nu}] \supset (\dots)(\dot{\vec{A}}^a - \vec{\nabla} \Phi^a) \cdot (f_{abc} \Phi^b \textcolor{red}{c}\vec{A}^c)$$

**U QCD nema  
rasprezanja!**

- ...niti se  $A_3^a$  raspregne od  $A_1^a$  i  $A_2^a$ .
- Zahvaljujući neabelovskoj prirodi  $SU(3)_c$ ,
- tj. gluon-gluon interakciji i “novim” Feynman-ovim dijagramima
- ... QCD amplitude neizbežno sadrže nefizičke komponente kalibracionog potencijala.
- To neumitno naruši unitarnost.

**...ali se može “ispraviti”  
uvodjenjem Fadeev-Popov  
“sablasti” i BRST simetrije.**

# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

Promenljiva  $SU(n)$  jačina interakcije

- Citirajmo ovde samo dominantni logaritamski rezultat:
- Ovde,

$$\alpha_{s,R}(|q^2|) \approx \frac{\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)}{1 + \frac{\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)}{3\pi} \frac{11n - 2n_f}{4} \ln\left(\frac{|q^2|}{\mu^2 c^2}\right)}, \quad |q^2| \gg \mu^2 c^2$$

- $n$  = broj boja [ $n=3$  za  $SU(3)_c$ ]
- $n_f$  = broj  $n$ -obojenih fermiona [ $n_f=6$  ukusa 3-bojenih kvarkova za  $q > 171.3 \text{ GeV}$  (masa top kvarka); za manje energije je  $n_f < 6$ ]
- Ovo se suštinski razlikuje od elektrodinamičkog rezultata:

$$\alpha_{e,R}(|q^2|) \approx \frac{\alpha_{e,R}(0)}{1 - \frac{\alpha_{e,R}(0)}{3\pi} \ln\left(\frac{|q^2|}{m_e^2 c^2}\right)}, \quad |q^2| \gg m_e^2 c^2$$

$$11n - 2n_f = 33 - 12 = 21 > 0$$

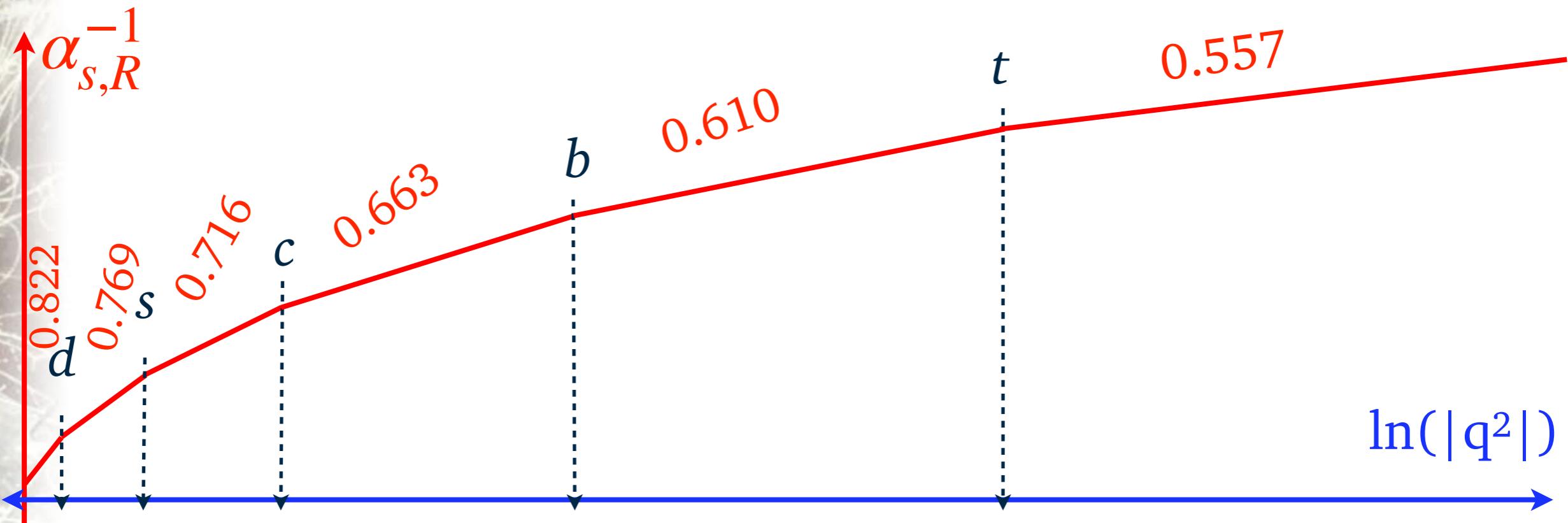
# Renormalizacija u QCD u poređenju sa QED

Promenljiva  $SU(n)$  jačina interakcije

- Citirajmo ovde samo dominantni logaritamski rezultat:

$$\alpha_{s,R}(|q^2|) \approx \frac{\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)}{1 + \frac{\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)}{3\pi} \frac{11n - 2n_f}{4} \ln\left(\frac{|q^2|}{\mu^2 c^2}\right)}, \quad |q^2| \gg \mu^2 c^2$$

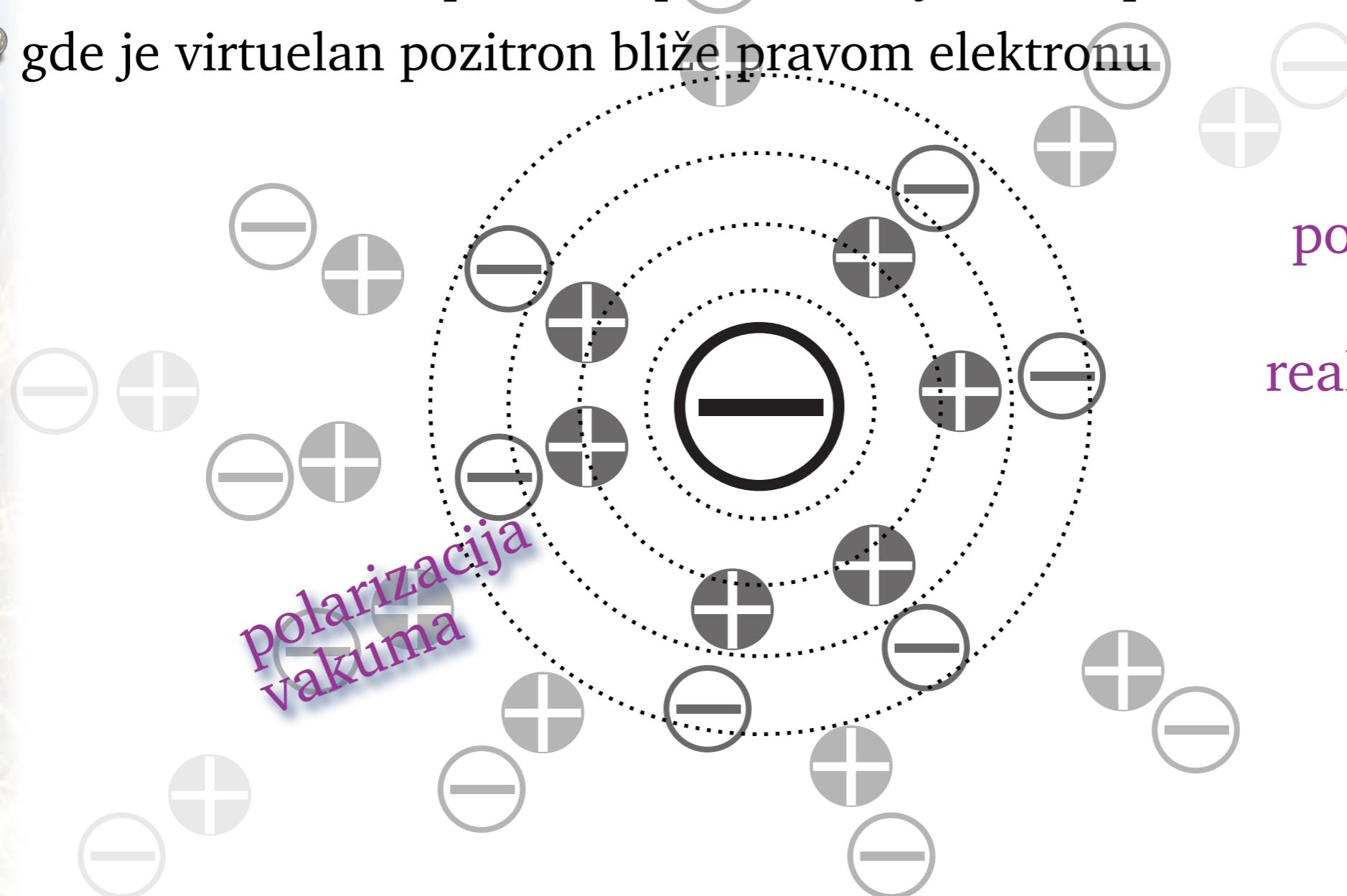
- Na logaritamskoj skali,  $\alpha_{s,R}$  izgleda:



# Zaklanjanje naelektrisanja

Fermion-antifermion polarizacija vakuma

- U QED, blizu realnog elektrona,
  - virtuelni elektron-pozitron parovi deluju kao dipoli
  - gde je virtuelan pozitron bliže pravom elektronu



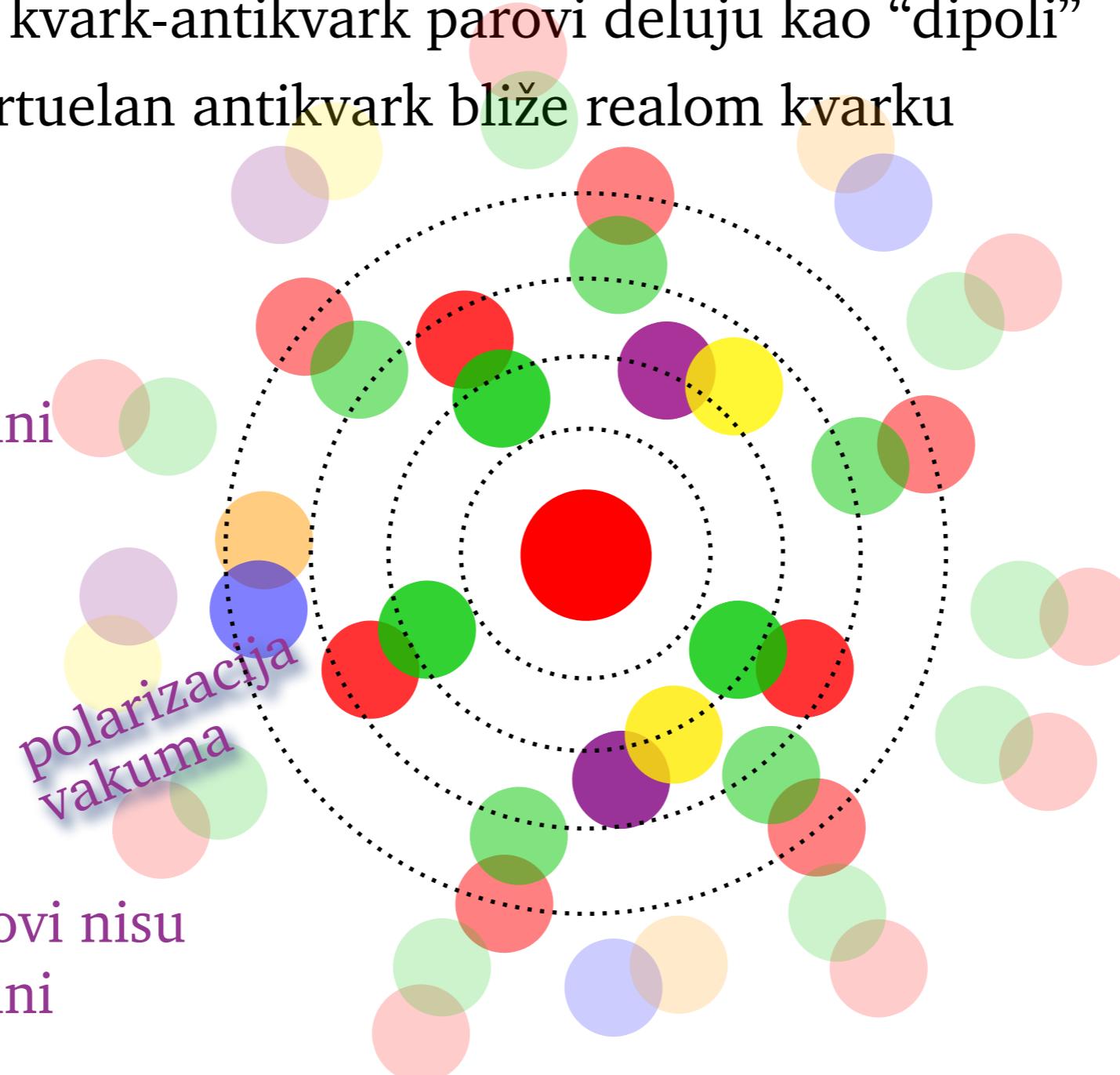
Ovo efektivno  
poništi jedan deo  
naelektrisanja  
realnog elektrona,  
razpršuje ga i  
effektivno ga  
zaklanja.

# Zaklanjanje naelektrisanja

## Fermion-antifermion polarizacija vakuma

- Kao u QED, blizu realnog kvarka,
  - virtuelni kvark-antikvark parovi deluju kao “dipoli”
  - gde je virtuelan antikvark bliže realom kvarku

Crveno-  
anticrveni  
parovi su  
polarizovani



Ostali parovi nisu  
polarizovani

Ovo efektivno  
poništi jedan deo  
(naboja) boje  
realnog kvarka,  
razpršujući i  
zaklanjuјi  
naboj boje.

# Neabelovsko anti-zaklanjanje naboja

## Neabelovski Gauss-ov zakon

- Ali, u QCD gluoni takodje doprinose!

- Setimo se:

$$\left( D_\mu F^{a\mu\nu} = \partial_\mu F^{a\mu\nu} - \frac{g_c}{\hbar c} f_{bc}^{\phantom{bc}a} A_\mu^b F^{c\mu\nu} \right) = j_{(q)}^{a\nu}$$

- gde je  $\nu=0$  komponenta gustina boje kvarkova.

- Definicijom:

$$\vec{E}^a := \hat{e}_i F^{ai0}, \quad \rho_{(q)}^a := j_{(q)}^{a0}, \quad \vec{A}^a := -\hat{e}^i A_i^a$$

- dobijemo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^a = \rho_{(q)}^a - \frac{g_c}{\hbar c} f^a_{\phantom{a}bc} \vec{A}^b \cdot \vec{E}^c$$

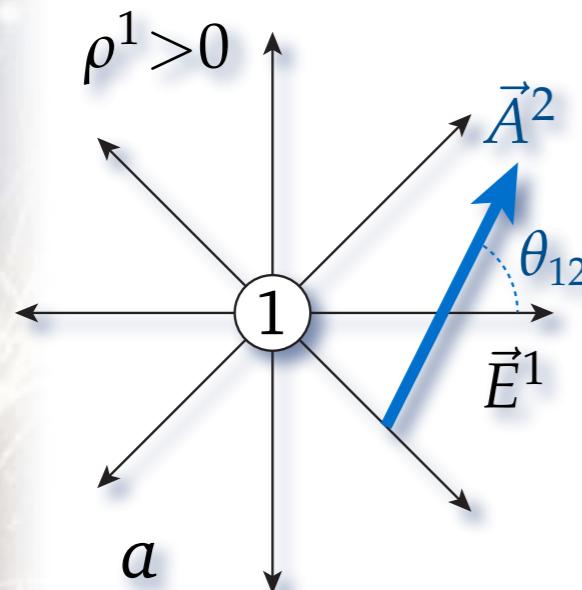
- gde nelinearna sprega (zbog neabelovske strukture) služi kao dodatan (gluonski) izvor za ovo kromo-električno polje.

# Neabelovsko anti-zaklanjanje naboja

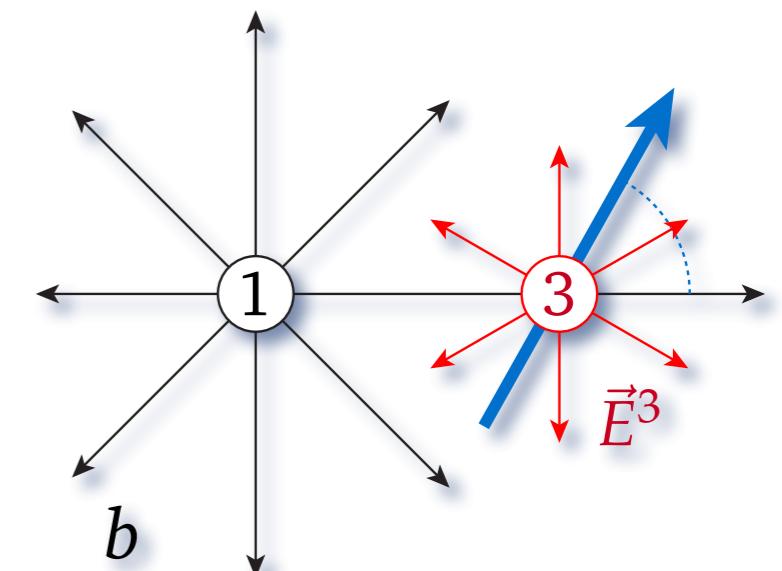
## Neabelovski Gauss-ov zakon

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^a = \rho_{(q)}^a - \frac{g_c}{\hbar c} f^a{}_{bc} \vec{A}^b \cdot \vec{E}^c$$

- Adaptirajući iz Peskin + Schroeder-ove knjige, posmatrajmo kvark boje 1, i virtualni gluonski 3-vektor potencijal boje 2:



Kromo-električno polje boje 1 izvire iz kvarka, zajedno sa virtuelnim potencijalom boje 2, i figuriše kao izvor za **kromo-električno polje boje 3**.



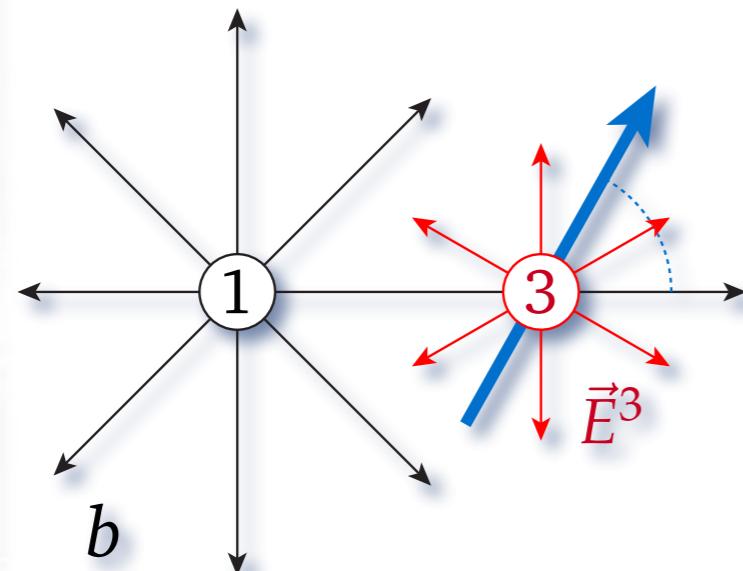
$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^3 &= -\frac{g_c}{\hbar c} f^3{}_{21} \vec{A}^2 \cdot \vec{E}^1 = -\frac{g_c}{\hbar c} (-1) |\vec{A}^2| |\vec{E}^1| (\cos \theta_{12} = +\frac{1}{2}) \\ &= +\frac{g_c}{2\hbar c} |\vec{A}^2| |\vec{E}^1|\end{aligned}$$

# Neabelovsko anti-zaklanjanje naboja

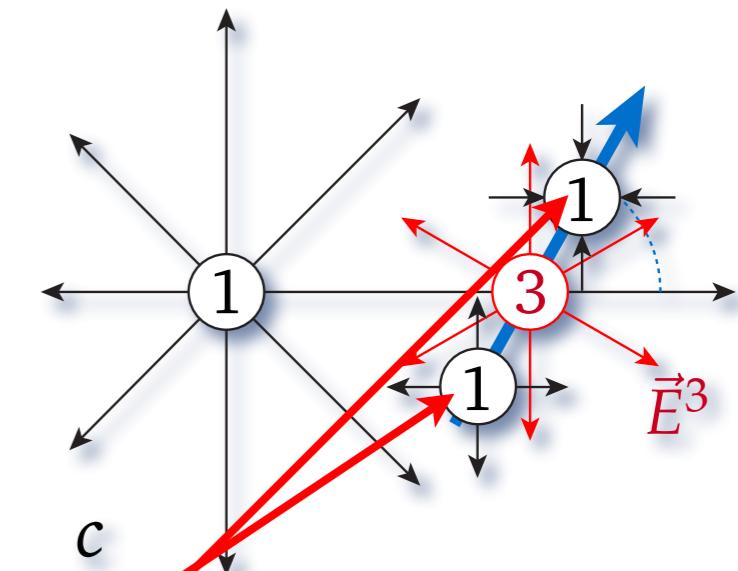
## Neabelovski Gauss-ov zakon

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^a = \rho_{(q)}^a - \frac{g_c}{\hbar c} f^a{}_{bc} \vec{A}^b \cdot \vec{E}^c$$

- Adaptirajući iz Peskin + Schroeder-ove knjige, posmatrajmo kvark boje 1, i virtuelni gluonski 3-vektor potencijal boje 2:



Sprega  
kromo-električnog  
polja boje 3 i  
kalibracionog  
potencijala boje 2  
deluje kao **dipol**  
izvora boje 1.



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^1 = -\frac{g_c}{\hbar c} f^1{}_{23} \vec{A}^2 \cdot \vec{E}^3 = -\frac{g_c}{\hbar c} (+1) |\vec{A}^2| |\vec{E}^3| \cos \theta_{32},$$

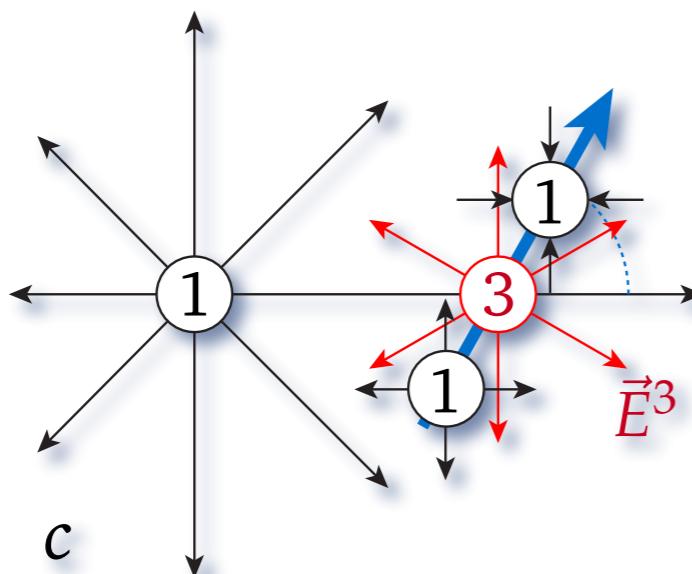
gde je  $-\cos(\theta_{23})$  pozitivan “dole-levo” od “izvora” boje 3, a negativan na suprotnoj, “gore-desno” strani.

# Neabelovsko anti-zaklanjanje naboja

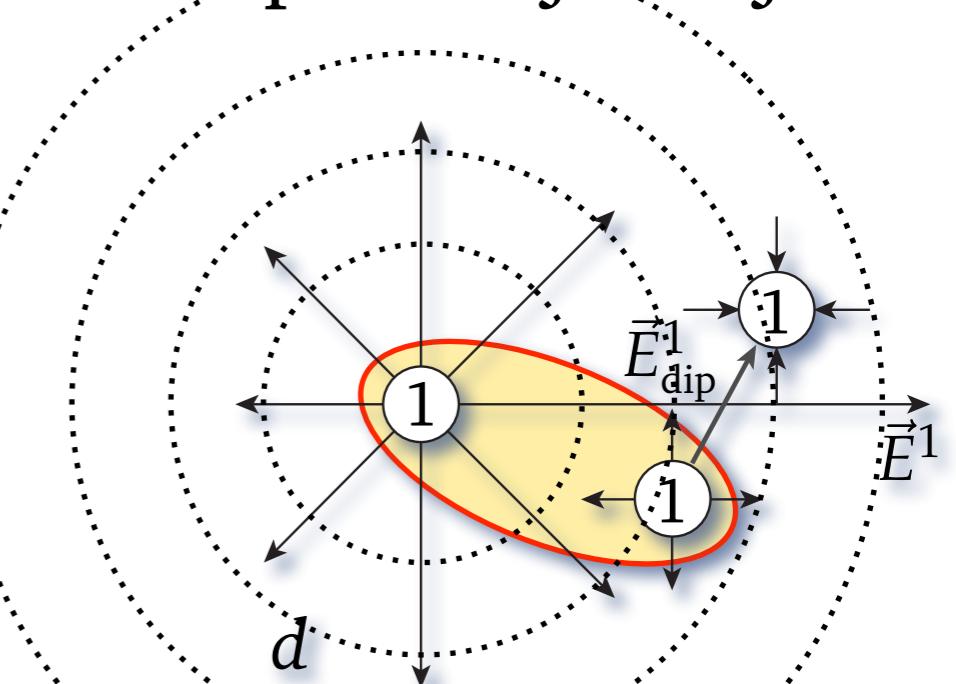
## Neabelovski Gauss-ov zakon

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^a = \rho_{(q)}^a - \frac{g_c}{\hbar c} f^a{}_{bc} \vec{A}^b \cdot \vec{E}^c$$

- Adaptirajući iz Peskin + Schroeder-ove knjige, posmatrajmo kvark boje 1, i virtuelni gluonski 3-vektor potencijal boje 2:



Da pojednostavimo, samo izvor boje 1:

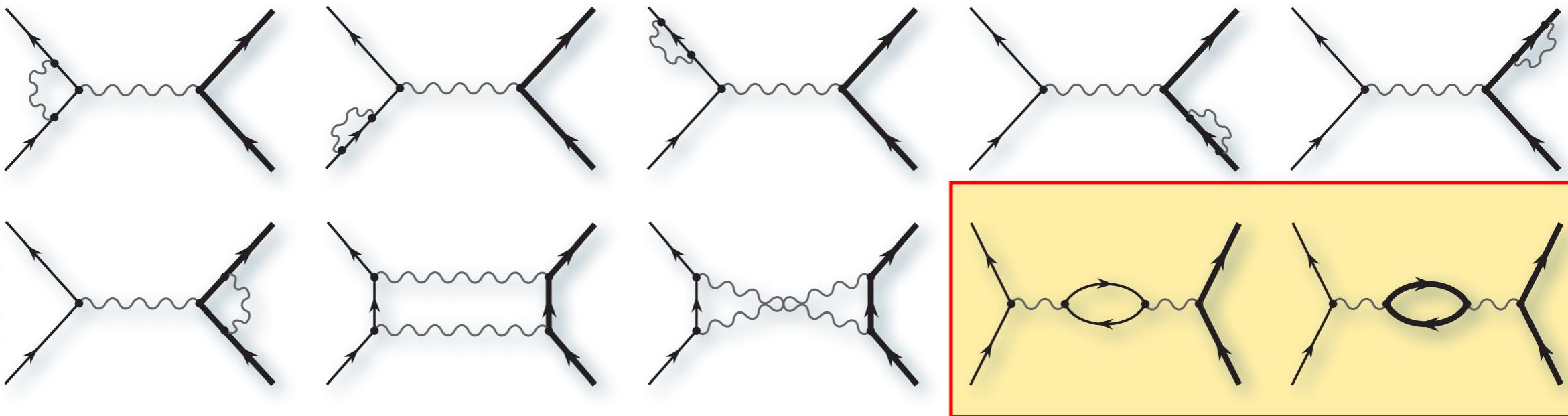


Virtuelni dipol boje 1 (proizведен nelinearnom spregom sa virtuelnom gluonom boje 2) ne zaklanja boju (color-1) originalnog izvora (kvarka), već anti-zaklanja (pojačava) taj naboј boje.

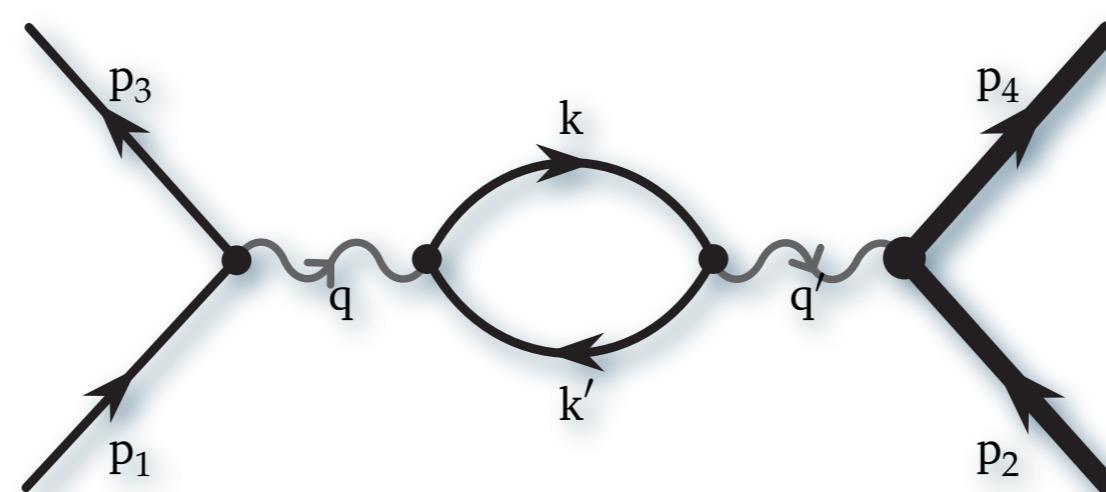
# Renormalizacija

Računska digresija...

- Posmatrajmo  $O(g^4)$  korekcije u  $e^- + \mu^-$ -rasejanju:



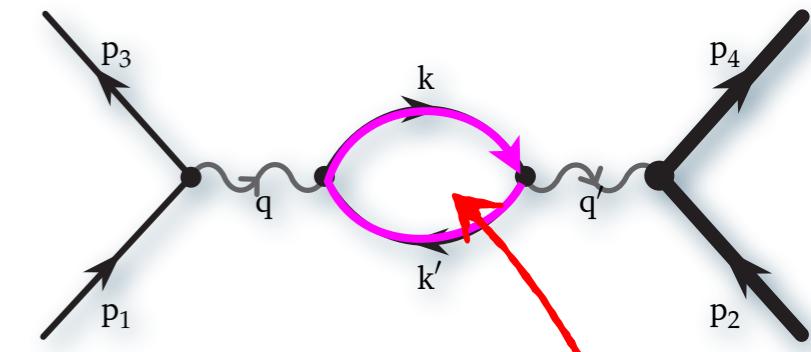
- Označimo i orijentišemo 4-momente:



...i izračunamo  
kako rezultat  
zavisi od mase i  
od  $(p_2 - p_4)$ .

# Renormalizacija

Računska digresija...



- Sledeći postupak/algoritam/recept:

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{d^4q'}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4k'}{(2\pi)^4} \\
 & \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_3 - q) (2\pi)^4 \delta^4(q - k + k') (2\pi)^4 \delta^4(k - k' - q') \\
 & \times (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - p_4 + q') [\bar{u}_3 (ig_e \gamma^\mu) u_1] \left( \frac{-i\eta_{\mu\nu}}{q^2} \right) \\
 & \times (-1) \text{Tr} \left[ (ig_e \gamma^\nu) \frac{i}{k - m_e c} (ig_e \gamma^\rho) \frac{i}{k' - m_e c} \right] \left( \frac{-i\eta_{\rho\sigma}}{(q')^2} \right) [\bar{U}_4 (ig_e \gamma^\sigma) U_2], \\
 & = -i(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \\
 & \times \boxed{\left[ \frac{-ig_e^4}{q^4} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} [\bar{u}_3 \gamma^\mu u_1] [\bar{U}_4 \gamma^\rho U_2] \right.} \\
 & \quad \left. \times \frac{\text{Tr}[\gamma_\mu(k + m_e c) \gamma_\rho(k' - q' + m_e c)]}{(k^2 - m_e^2 c^2)[(k - q)^2 - m_e^2 c^2]} \right]_{q=p_1-p_3} \text{m}
 \end{aligned}$$

Primetite da je ostala samo jedna integracija, koju  $\delta$ -funkcije ne eliminisu.

# Neabelovsko anti-zaklanjanje naboja

Landau pol i dimenziona transmutacija

- Renormalizovani parametar interakcije

$$\alpha_{s,R}(|\mathbf{q}^2|) \approx \frac{\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)}{1 + \frac{\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)}{3\pi} \frac{11n-2n_f}{4} \ln\left(\frac{|\mathbf{q}^2|}{\mu^2 c^2}\right)}, \quad |\mathbf{q}^2| \gg \mu^2 c^2,$$

- Zavisi od dva parametra:
  - od “referentnog” parametra mase/impulsa  $\mu$ ,
  - od vrednosti  $\alpha_{s,R}$  kod 4-momenta  $\sqrt{|\mathbf{q}^2|} \gg \mu c$

- Umesto toga, možemo definisati masu/impuls  $\Lambda_{QCD}$ :

$$\ln(\Lambda_{QCD}^2) := \ln(\mu^2 c^2) - \frac{12\pi}{(11n-2n_f)\alpha_{s,R}(\mu^2 c^2)},$$

$$\alpha_{s,R}(|\mathbf{q}^2|) \approx \frac{12\pi}{(11n-2n_f) \ln\left(\frac{|\mathbf{q}^2|}{\Lambda_{QCD}^2}\right)}$$

divergira kod  $\Lambda_{QCD}$   
...gde perturbativni  
račun prestaje da važi...

# Efektivni QCD potencijal

## Asimptotska (ultravioletna) sloboda

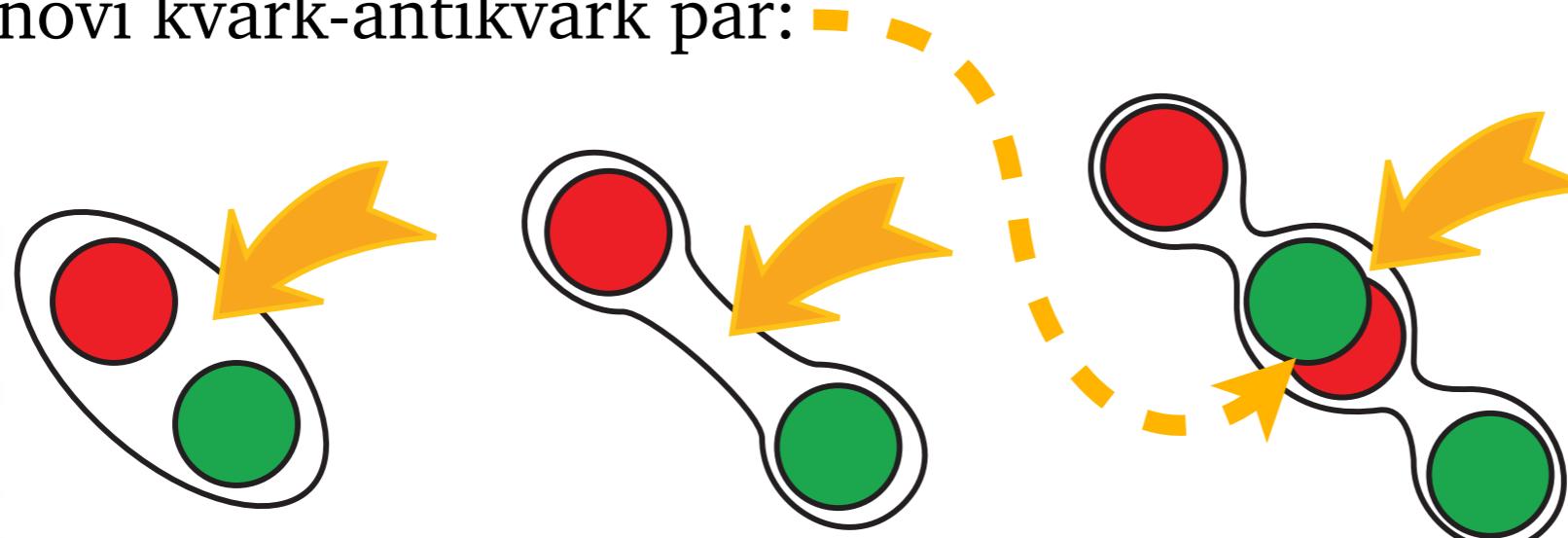
- Intenzitet  $\alpha_{s,R}(|q^2|)$  opada dok  $\sqrt{|q^2|} \gg \mu_C$  raste,  
tj. dok razdaljina interakcije opada.
- Drugim rečima, intenzitet jake interakcije opada do nule sa razdaljinom izmedju dva interagujuća kvarka.
- Ovaj neobičan rezultat se zove “asimptotska sloboda”
  - (komplementarno je činjenici da su kvarkovi zarobljeni u hadronima)
  - jaka interakcija prestaje da deluje na kvarkove...
  - ...onda kada ovi *ne* pokušavaju da napuste hadron.
  - ...kvalitativno slično sili opruge ...*rastuće jačine*
- Efektivni potencijal koji opisuje interakcije kvarkova je onda približno ravan (konstanta) na malim razdaljinama.

otud “model vreće”  
— glatka varijanta  
beskonačno duboke  
potencijalne Jame

# Efektivni QCD potencijal

## Infracrveno zarobljavanje

- A kada  $\sqrt{|q^2|} \gg \mu_c$ , pa  $\sqrt{|q^2|} \downarrow \Lambda_{\text{QCD}}$ ,
- ...perturbativni račun prestaje da važi.
- U eksperimentu, izdvajanje (anti)kvarka
- na veće i veće razdaljine
- zahteva veće i veće  $\sqrt{|q^2|}$ ,
- ...koje pre ili kasnije proizvede novi kvark-antikvark par:



# Kafica!

Tristan Hübsch

*Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC*

*Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD*

*Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia*

<https://tristan.nfshost.com/>