

# (Fundamentalna) Fizika Elementarnih Čestica

Dan 03: Uvod u kvark model: vezana stanja,  
konačne simetrije, izospin,  $SU(3)_f$

**Tristan Hübsch**

*Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC*

*Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD*

*Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia*

<https://tristan.nfshost.com/>

# Elementarne čestice

Program za Danas

- **Ideja elementarnosti**

- Elementarne čestice
- Fundamentalne interakcije
- Fuzija čestica i interakcija

- **Elementarne čestice**

- Kratka istorija otkrivanja
- Principi i iskustva

- **Inventar elementarnih čestica**

- Kvarkovi, leptoni (fermioni)
- Kalibracioni bozoni

Moderna verzija Demokritove ideje

- **Kvark model - vezana stanja**

- Mezoni
- Barioni

- **Simetrizacija spina i ukusa**

- Neposredna primena strukture grupa  $SU(2)_{\text{izospin}}$  &  $SU(3)_f$  (...nastaviće se...)

Demarkacija dve (pod)oblasti

— Elementarne čestice

— Hadroni (= vezana stanja)

nuklearna — atomska — molekularna fizika — ...

“AMO”

# Elementarnost

## Masa : domet

$$[m_\pi][c]/[\hbar] = (M)\left(\frac{L}{T}\right)\left(\frac{T}{ML^2}\right) = \frac{1}{L}$$

Moderna verzija Demokritove ideje

- Zbilja elementarne čestice su reda:  $\sim 10^{-35}$  m ←
- ...jer za sitnije razlučenje treba sonda toliko visoke energije da (gravitaciona) interakcija sa metom postane zarobljavajuća
- Atom ( $\sim 10^{-10}$  m) = sistem elektrona i jezgra.
- Coulomb-ova interakcija:  $U_c \sim 1/r$ .
- Jezgro ( $\sim 10^{-15}$  m = 1 fm) = sistem  $p^+$  i  $n^0$ ... (kao i  $\pi^\pm$ ,  $\pi^0$ )
- Yukawa interakcija:  $U_c \sim \frac{e^{-\mu r}}{r}$ ,  $\mu \propto m_\pi \propto 1/(1 \text{ fm})$ .
- Pošto  $m_{\pi^\pm} = 135$  ( $m_{\pi^0} = 141$ ) MeV/ $c^2$ ,  $\mu = ?$
- $\mu = m_\pi c/\hbar = 135(141) \text{ MeV}/\hbar c$  (= ? m<sup>-1</sup>)
- Nukleon ( $p^+$  i  $n^0$ ) = sistem od tri kvarka
- na razdaljinama  $\leq 1 \text{ fm} = 10^{-15}$  m
- ...

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} &= \frac{\hbar c}{(m_\pi c^2)} \approx 1.464 \times 10^{-15} \text{ m} \\ &= \frac{(1.054 \times 10^{-34})(299\,792\,458)}{(135 \text{ ili } 141)(1.609 \times 10^{-19})} \end{aligned}$$

Ima mnogo „prostora“ do donje granice

# Elementarnost

## Unifikacija

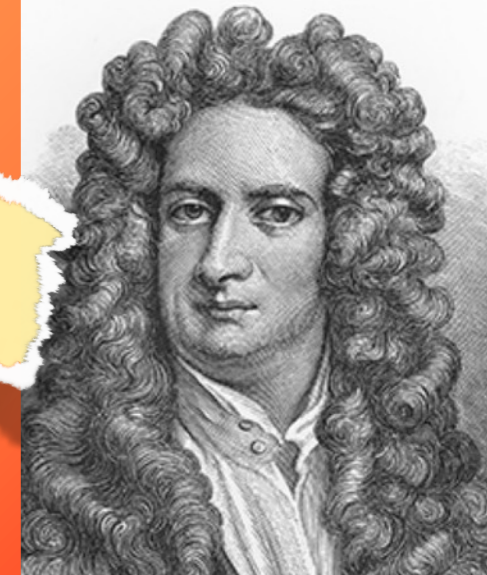
Moderna verzija Demokritove ideje

- Fundamentalne interakcije
- „Novotarija“ (kasnog) XIX veka!

- Newton-ovi zakoni važe bez obzira na izvor i cilj sile.
- Prvi primer konkretnog ujedinjenja:
- (Univerzalnost Newton-ovog zakona gravitacije)

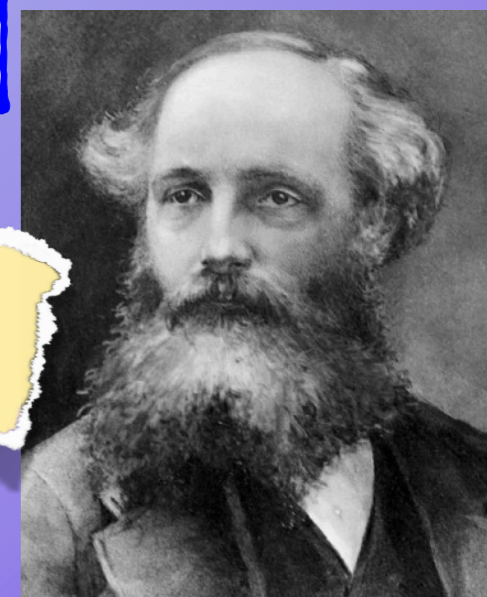
→ *Ujedinjenje prizemnih i nebeskih „objekata“*  
*idejno/filozofsko ujedinjenje — ne konkretnih modela*

I. Newton



- Prvi primer konkretnog ujedinjenja:
- Elektrostatička interakcija
- Magnetostatička interakcija
- Elektromagnetna interakcija

J.C. Maxwell



→ *Ujedinjenje konkretnih matematičkih modela:  
Gauss-ovih, Ampère-ovog i Faraday-evog zakona*

# Elementarnost

## Unifikacija

*Moderna verzija Demokritove ideje*

- Fundamentalne interakcije
  - Elektromagnetna interakcija (Maxwel-ove jednačine)
  - Jaka nuklearna interakcija
    - oko 1930: takvo nešto mora da postoji
    - posle 1970–'80: QCD
  - Slaba nuklearna interakcija
    - pre 1970–'80: Fermi-ev  $\beta$ -raspad i...
    - posle 1970–'80: slaba nuklearna interakcija
  - Gravitacija
- Kalibracione (eichen/gauge) interakcije
  - „eichen“ = oceniti, baždariti, kalibrisati
  - sve te interakcije su posledica lokalne simetrije

H. Weyl, 1919

Posle 1980:  
elektro-slaba  
interakcija

jauge,  
medir,  
mérték,  
βαθμίδα,  
калибровочная,  
.....

# Elementarnost

## Čestice : polja

*Fuzija pojma čestica i interakcija medju njima*

- Jezgro i elektroni interaguju Coulomb-ovim poljem
- Coulomb-ovo polje se prilagodjava kretanju jezgra i elektrona *brzinom svetlosti*
- Jezgro i elektrone predočavamo kao čestice
- Elektromagnetno polje — kao kontinuum
- Kvantizacija polja = kvantizacija *promena* u polju
- Samo polje je kontinuum, u kome su promene:
  - talasi, ako su usko lokalizovane u prosoru impulsa
  - čestice, ako su usko lokalizovane u pozicionom prostoru
- Pozadinski kontinuum Coulomb-ovog polja može da se smatra (Bose-)kondenzatom elektromagnetnih čestica (fotona)
- Pozadinski kontinuum fermionskih polja je 0 (Pauli-jev princip) a promene u tom polju = kvanti

kvanti = najmanja  
„količina“ promene  
u datom polju

# Elementarnost

Čestice : polja

Fuzija pojma čestica i interakcija medju njima

- Kvant =  $\min(\Delta \text{ polja})$ ; Polje = kondenzat  $\infty$  kvanta

“Pilot wave theory”  
„Teorija vodećeg polja“

„Kvantna Teorija polja je ono  
što «*Führungsfeldtheorie*» hoće da postane kad poraste.“

izvorno, Max Born 1926.

# Elementarne čestice

## Istorija

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- J.J. Thomson (1897): katodni zraci kroz ukršteno EM polje tako da nema zakrivljenja.
  - $\Rightarrow$  i brzina i količnik naelektrisanja prema masi
  - $\Rightarrow$  „sastojci“ katodnog zraka ( $e^-$ ) imaju vrlo malu masu
  - $\Rightarrow$  atom se sastoji iz elektrona unutar pozitivno naelektrisane lopte
- E. Rutherford (student JJT; 1909, & H. Geiger i E. Marsden):  $\alpha$ -zračenje na foliju zlata; dokaz da je pozitivno naelektrisanje atoma skoncentrisano u jezgri mnogo manjem od atoma. Imenovao je proton i stvorio planetarni model atoma.
  - $\Rightarrow$  N. Bohr (1913–14): *ad hoc* kvantni model atoma:
    - Ugaoni momenat H-atoma je celobrojni umnožak  $\hbar$ .
    - Zašto? Zato što to daje korektan linijski spektar ( $\leftarrow$  E.R.-ov uticaj).

# Elementarne čestice

## Istorija

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- J. Chadwick (student ER i HG, 1932): eksperimentalno dokazao postojanje neutrona i imenovao ga.
- $\leq 1932$ : samo  $e^-$ ,  $p^+$  i  $n^0$  i...
- Foton:
  - M. Planck (1900): kvantna emisija svetlosti
  - A. Einstein (1905): kvantna apsorpcija  $\Rightarrow$  EM zračenje = fotoni
  - A.H. Compton (1923):  $\Delta\lambda = \lambda_c[1 - \cos(\theta)]$ ,  $\lambda_c := h/mc$
  - Coulomb-ovo polje = „more“ fotona (kondenzat, tj. **kolektiv** fotona koji se ponaša kao jedno)
  - Uopštenje koherentnih stanja,  $|z\rangle := e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle = e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z\hat{a}^\dagger)^n}{n!} |0\rangle$
- Ime „foton“ — Gilbert Lewis, 1926

# Elementarne čestice

## Istorija

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- Mezoni — za razliku od *leptona* (=laki) i *bariona* (=teški)
- Yukawa:  $\pi^\pm$  i  $\pi^0$  (135 i 141 MeV/c<sup>2</sup>), da „vežu“ jezgro
- 1937: (Anderson i Neddermeyer + Street i Stevenson) čestice u kosmičkom zračenju koje odgovaraju opisu
- 1946: te čestice slabo interaguju sa jezgrom
- 1947 (Powell *et al.*):  $\pi^\pm$  i  $\pi^0 \neq \mu^\pm$  !
- Anti-čestice
  - 1927: Dirac-ova jednačina: „more“ i „šupljina“ = antičestica
  - H. Weyl: šupljina u moru čestica ima istu inerciju kao sama čestica
  - 1931 (Anderson):  $e^+$  je eksperimentalno potvrđen
  - Ista „teorija“ (Dirac-ova jednačina) onda ukazuje na postojanje anti-čestice za svaki spin-1/2 fermion

Ko je ovo  
naručio ????

# Elementarne čestice – Istorija

„Alhemija“

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- Simetrija prelaza (crossing symmetry)

- Ako postoji proces  $A + B \rightarrow C + D$ , onda postoje i procesi

- $A \rightarrow \bar{B} + C + D$

- $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$ ,

- $\bar{C} + \bar{D} \rightarrow \bar{A} + \bar{B}$ , itd.

- Na primer:

- $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^- \Rightarrow \gamma + e^+ \rightarrow \gamma + e^+$

- Princip detaljnog balansa ( $\sim$  okretanje toka vremena)

- $A + B \rightarrow C + D \Rightarrow C + D \rightarrow A + B$

- Ovi principi dozvoljavaju nove procese dinamički, mada su možda ti novi procesi kinematički zabranjeni.

*(zakonima očuvanja 4-impulsa)*

*(do na Heisenberg-ovu neodređenost)*

*(Heisenberg-ova zona)*

*(zakonima očuvanja naboja)*

*(bez neodređenosti)*





*(naboji su svojstvene vrednosti komutirajućih opservabli)*

**Uporediti!**

# Elementarne čestice – Istorija

## Neutrini

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- $\beta$ -raspad:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} X' + e^-$
- Dvočestični raspad:  $E_e = (m_X^2 - m_{X'}^2 - m_e^2)c^2 / (2m_X)$
- U eksperimentima, ovo je  $\max(E_e)$ , i  $E_e$  varira. 
- N. Bohr: možda očuvanje energije ne važi?
- W. Pauli: važi, samo postoji treća, nevidljiva čestica 
- ime „neutron“ je Chadwick već uzeo
- stoga E. Fermi imenuje: „neutrino“ (talijanski deminutiv za neutron)
- Takođe:  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  i  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$  
- U Powel-ovim slikama,  $\mu^-$  ide  $90^\circ$  od smera  $\pi^-$ .
- Slično tome,  $e^-$  ide  $90^\circ$  od smera  $\mu^-$ .
- U prvom raspadu je  $E_\mu$  fiksno, u drugom  $E_e$  varira.
- Dakle,  $\pi^-$ -raspad je dvočestičan, a  $\mu^-$ -raspad nije 

# Elementarne čestice – Istorija

## Neutrini

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- Cowan i Raines (u 1950-im) su tražili inverzni  $\beta$ -raspad,  $\bar{\nu}_e + p^+ \rightarrow n^0 + e^+$  u ogromnoj cisterni vode. (Izvor antineutrina: reaktor u Los Alamos-u.)
- Vrlo mala efikasnost, ali su razvili metodologiju za identifikaciju izlaznog pozitrona.
- Davis i Harmer: da li je neutrino = anti-neutrino?
- Nije:  $\nu_e + n^0 \rightarrow p^+ + e^-$  se događa, a  $\bar{\nu}_e + n^0 \rightarrow p^+ + e^-$  se ne događa.
- 1953 (Konopinski i Mahmoud): ima smisla uvesti očuvani **leptonski broj**.
- Do 1962 se ustalilo:
  - leptoni (oni koji ne učestvuju u jakim interakcijama)
  - hadroni (oni koji učestvuju u jakim interakcijama).

# Elementarne čestice – Istorija

## Čudnost

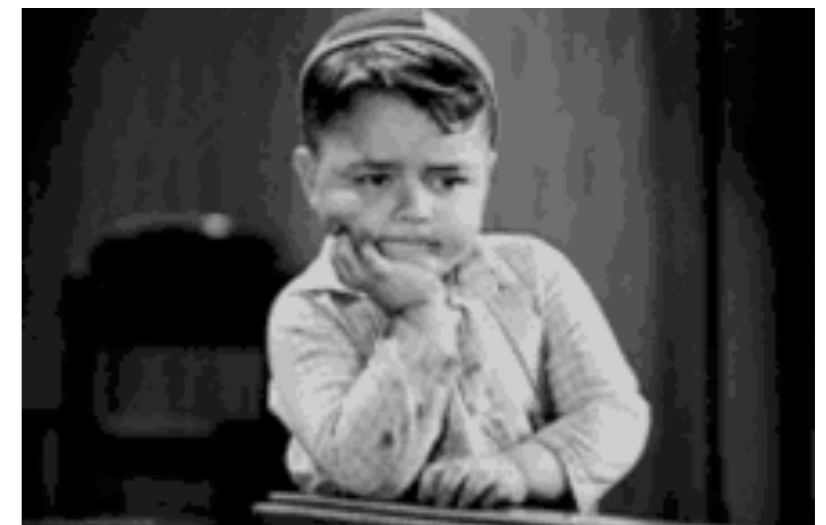
*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

### Čudne/strane čestice

- Stvaraju se u čestica-antičestica parovima i vrlo „brzo“ ( $\sim 10^{-23}$  s)
- Raspadaju se, srazmerno, vrlo „sporo“ ( $\sim 10^{-10}$  s)
- $K^\pm, K^0, \bar{K}^0$  (494 i 498 MeV/c<sup>2</sup>):
  - Butler, 1947:  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ .
  - Powel, 1949:  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ .
  - Kasnije:  $(K_S)^0 \rightarrow 2\pi$  ( $\sim 10^{-10}$  s) ali  $(K_L)^0 \rightarrow 3\pi$  ( $\sim 10^{-8}$  s)
- Anderson, 1950:  $\Lambda^0 \rightarrow p^+ + \pi^-$ .
- Zašto se  $p^+ \rightarrow e^+ + \dots$  ne događa?
  - Očuvani barionski broj (Stückelberg, 1938);
  - Broj stranosti (Murray Gell-Mann, 1965):
    - očuvan pri stvaranju (jakom interakcijom),
    - nije očuvan pri raspadima (slabom interakcijom).

$10^{13} \times$  sporije!

$100 \times$  sporije!



# Elementarne čestice – Istorija

**SU(3)<sub>f</sub>**

*Ko istoriju ne uči, sam u nju upada.*

- Osmostruki („eightfold“) put
- Slagalica čestica približno sličnih masa, po nabojima
  - naelektrisanje
  - stranost
- Predviđanje  $\Omega^-$  bariona (M. Gell-Mann, rane 1960-te)
  - 1964: eksperimentalno otkriven
  - do oko 1963: „slagalice“ i predložene klasifikacione sheme su bile vrlo proizvoljne i različite
  - Konačan oblik korišćenjem SU(3) simetrije i kvarkova
  - Na primer, (sss) vezanog stanja ( $\Omega^-$ )
    - nema u spin- $1/2$  „oktetu“ ( $\exists p^+$ )
    - a ima ga u spin- $3/2$  „dekupletu“

# Elementarne čestice – Inventar

## Rezime

Mendeljejev, v.3.0

Važi Pauli-jev princip isključenja

● Fermioni	<i>leptoni</i>	<i>kvarkovi</i>	<i>kopija ?!</i>	
● Spin-1/2:	$\{ (e^-, \nu_e), (u, d) \},$		najlakša	} „Supstancija“
	$\{ (\mu^-, \nu_\mu), (c, s) \},$		srednja	
	$\{ (\tau^-, \nu_\tau), (t, b) \}$		najteža	

● Bozoni Bose-kondenzat daje kontinualno (statično) polje

- Spin-0: Higgs
- Spin-1:  $\gamma, W^\pm, Z^0, (8)$  gluona
- Spin-2: graviton
- i...?

*...i ništa više!*

# Elementarne čestice – Inventar

## Rezime

Mendeljejev, v.3.0

- Tablica elementarnih čestica (kvanta) u Standardnom Modelu

Tablica 0.3: Sadržaj Standardnog Modela fizike elementarnih čestica; v. (0.46a)

Supstancija (spin- $\frac{1}{2}$ fermioni)					Interakcije (bozoni)		
Gen.	Leptoni		Kvarkovi				
1.	$\nu_e$	$e^-$	$u$	$d$	$\left. \begin{array}{l} \gamma \\ W^\pm, Z^0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{elektromagnetne} \\ \text{slabe nuklearne} \end{array} \right\}$	interakcije	(spin-1)
2.	$\nu_\mu$	$\mu^-$	$c$	$s$			
3.	$\nu_\tau$	$\tau^-$	$t$	$b$	$gluoni$	jake nuklearne interakcije	(spin-1)
					$\delta g_{\mu\nu}$	gravitacija	(spin-2)

**Higgs-ov bozon** (spin-0): daje masu česticama sa kojima interaguje

- Spin- $\frac{1}{2}$  fermioni = dve polarizacije, kao i spin-1, & 2 bozoni bez mase
- Masivni spin-1 bozoni = tri polarizacije, spin-0 = jedna
- Dakle, 96 fermionskih i 30 bozonskih stepeni slobode

# Elementarne čestice – Inventar

## Rezime

Ime / Energy			Spin	Q	$I_3^{(W)}$
$\nu_e$ < 3 eV	$\nu_\mu$ < 0.19 MeV	$\nu_\tau$ < 18.2 MeV	$\pm 1/2$	0	$+1/2$
$e$ .511 MeV	$\mu$ 106 MeV	$\tau$ 1.78 GeV	$\pm 1/2$	-1	$-1/2$
$u, u, u$ 1.5–4.5 MeV	$c, c, c$ 1.0–1.4 GeV	$t, t, t$ .17–.18 TeV	$\pm 1/2$	$+2/3$	$+1/2$
$d, d, d$ 5.0–8.5 MeV	$s, s, s$ .08–.15 GeV	$b, b, b$ 4.0–4.5 GeV	$\pm 1/2$	$-1/3$	$-1/2$

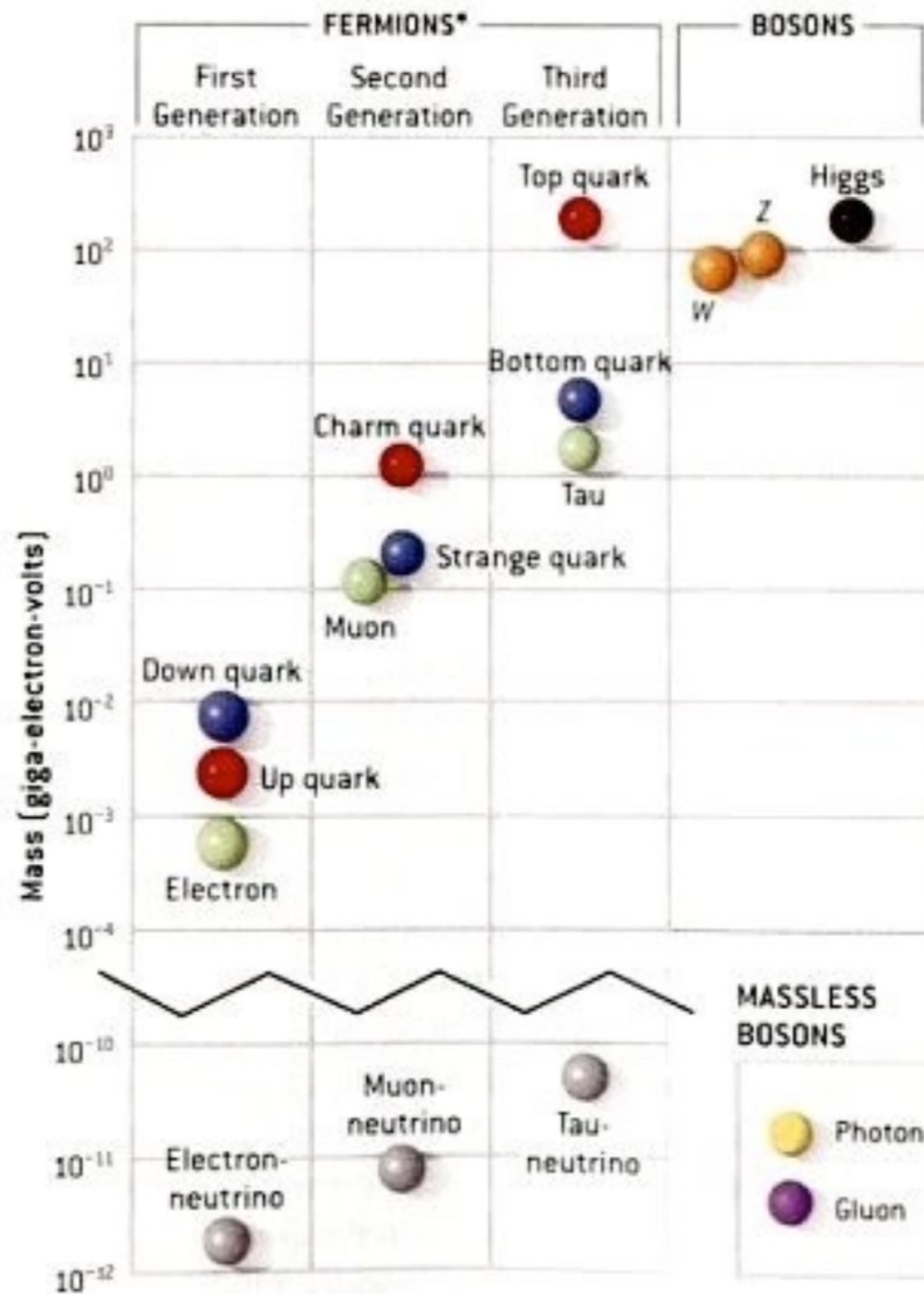
**Zašto 3 ?!**

Plus posrednici interakcija:  
foton,  $W^\pm$ ,  $Z^0$ , gluoni i gravitoni.

i Higgs-ova čestica.

# Elementarne čestice – Inventar

## Rezime



<http://universe-review.ca/F15-particle.htm>

# Elementarne čestice – Inventar

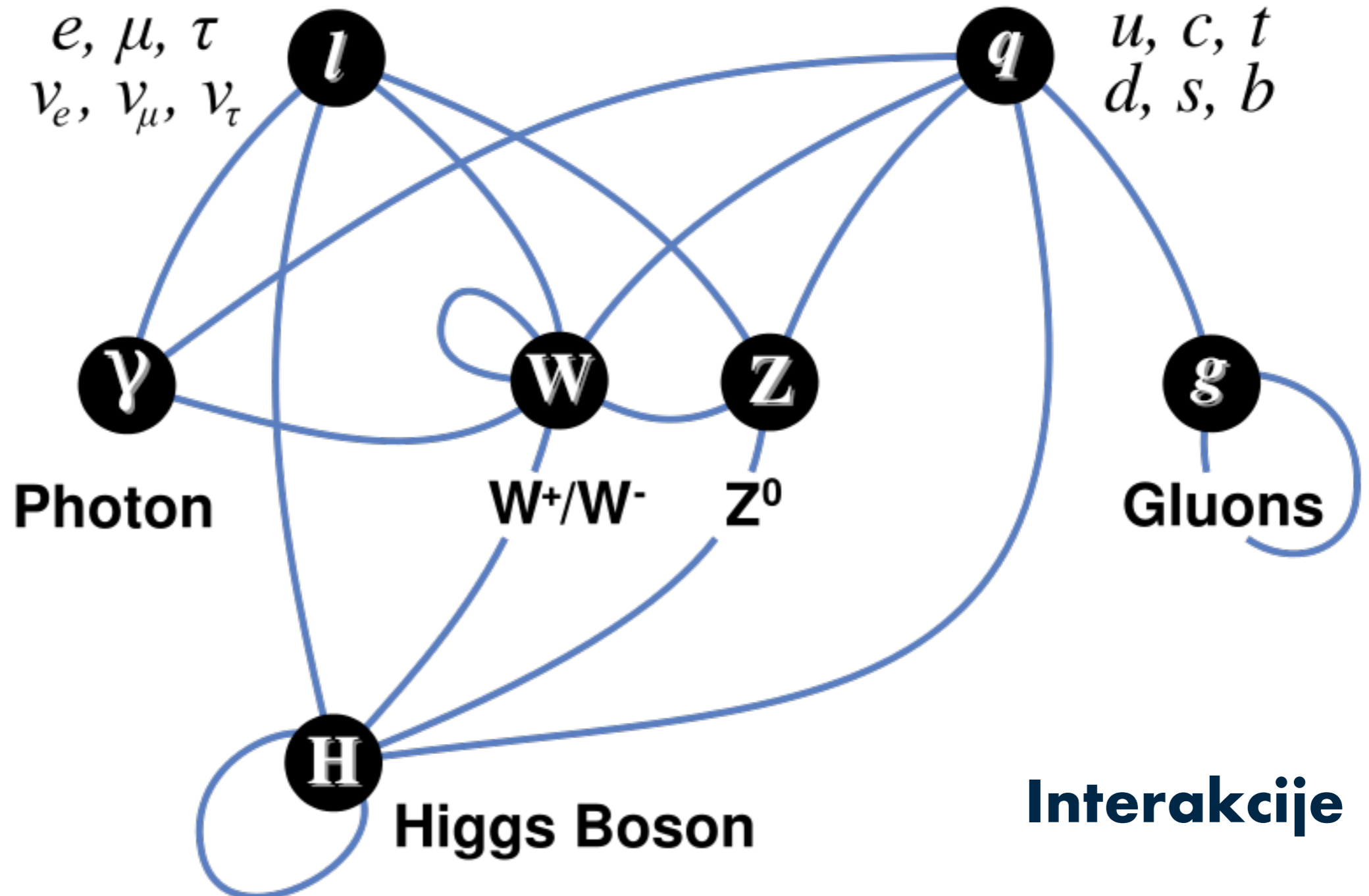
## Rezime

### Leptons

$e, \mu, \tau$   
 $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$

### Quarks

$u, c, t$   
 $d, s, b$



<http://ebiquity.umbc.edu/blogger/wp-content/uploads/2008/07/socparticles1.png>



# Elementarne čestice – Inventar

## Rezime

Studenti —kao vi— su, izvorno „peške“ merili i izračunavali trajektorije, zakrivljenosti, naelektrisanja, mase, ...

Sada to uglavnom rade kompjuteri... 😊

...pa nema više prilike za malu usputnu zaradu... 😞

...osim u programiranju tih kompjutera... 😎

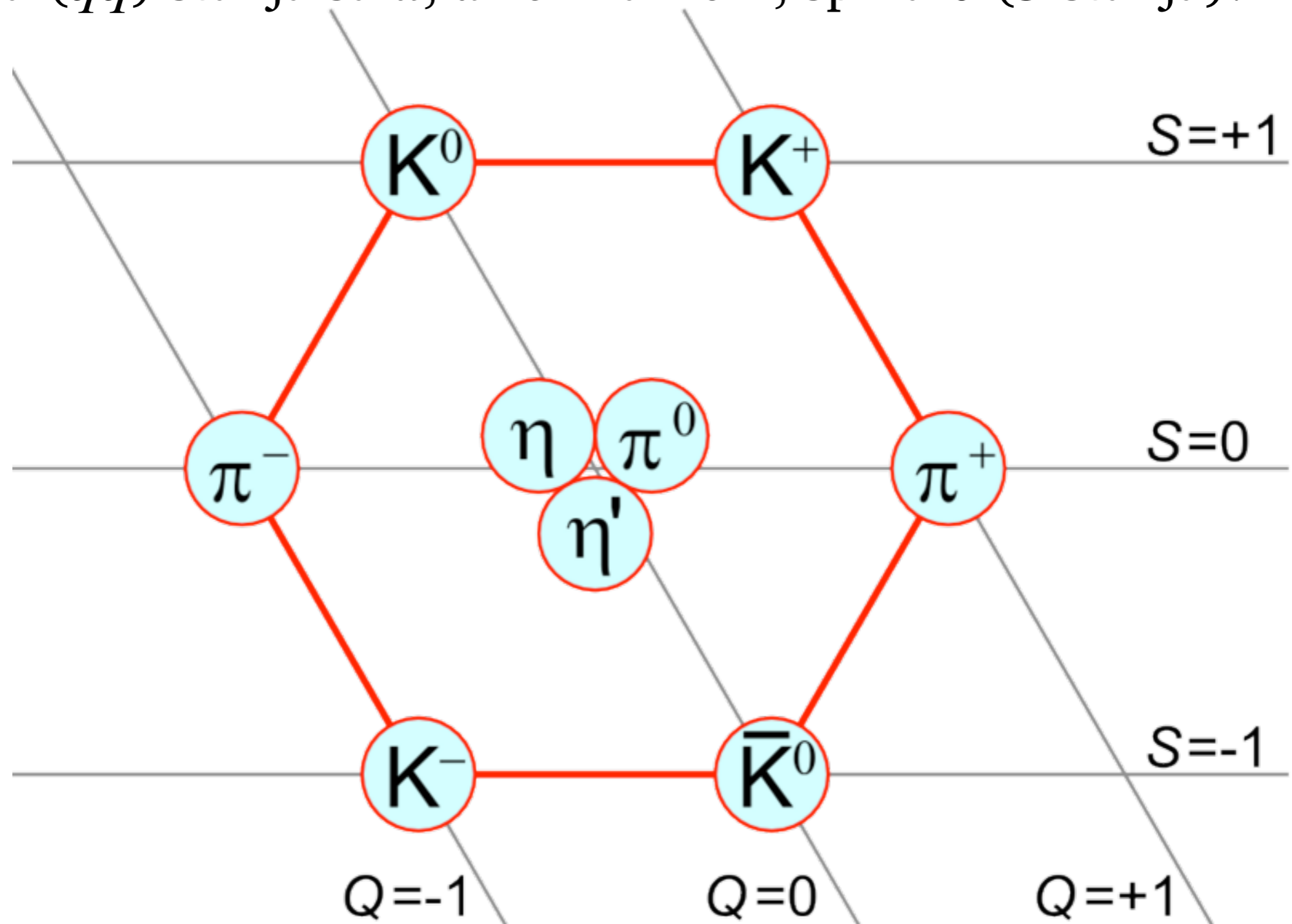
...“machine learning” je nova budućnost... 😄👉



# Kvark Model

## Kvarkovi i mezoni

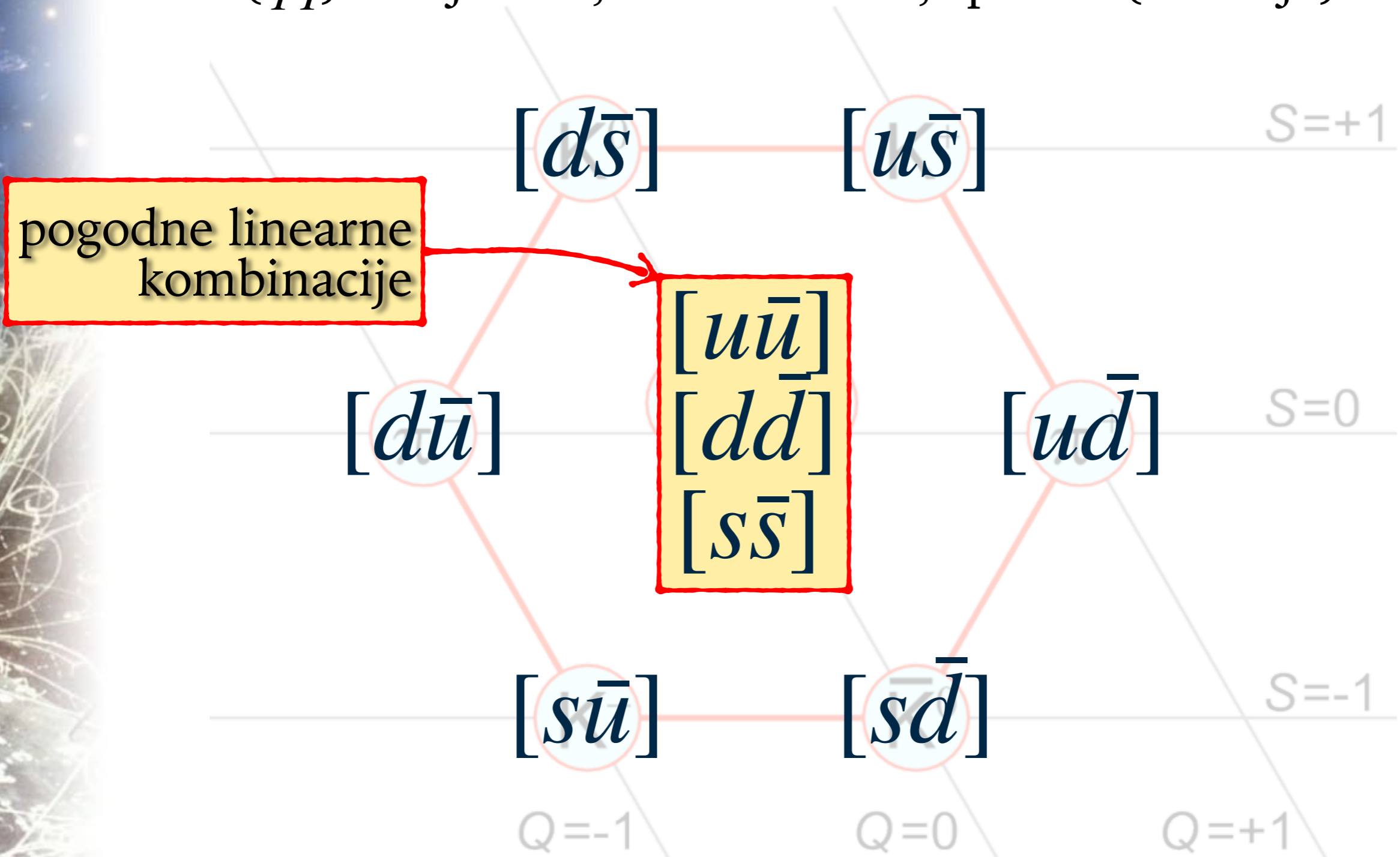
- Vezana ( $q\bar{q}$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina 0 ( $S$ -stanja):



# Kvark Model

## Kvarkovi i mezoni

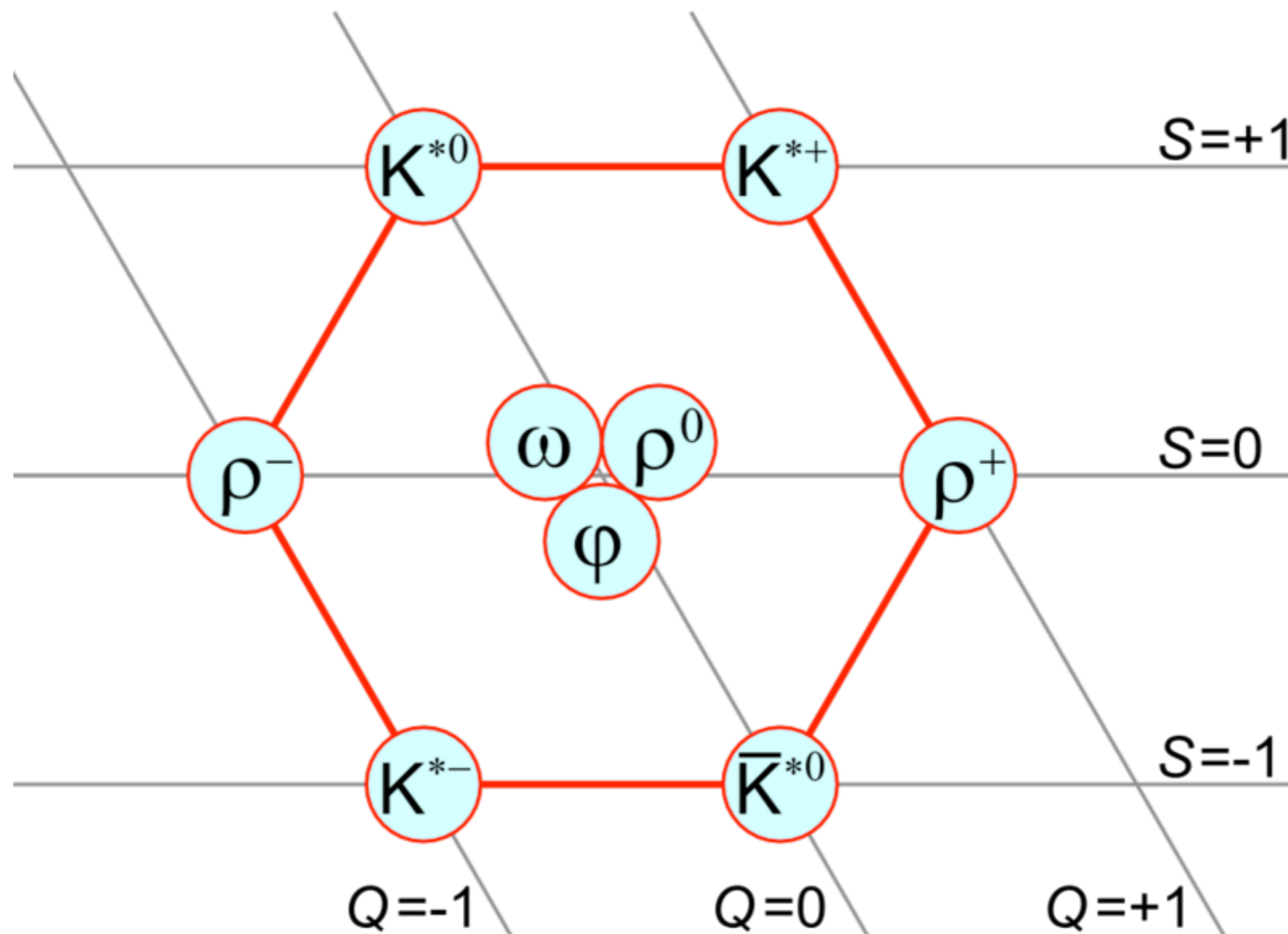
- Vešana ( $q\bar{q}$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina 0 ( $S$ -stanja):



# Kvark Model

## Kvarkovi i mezoni

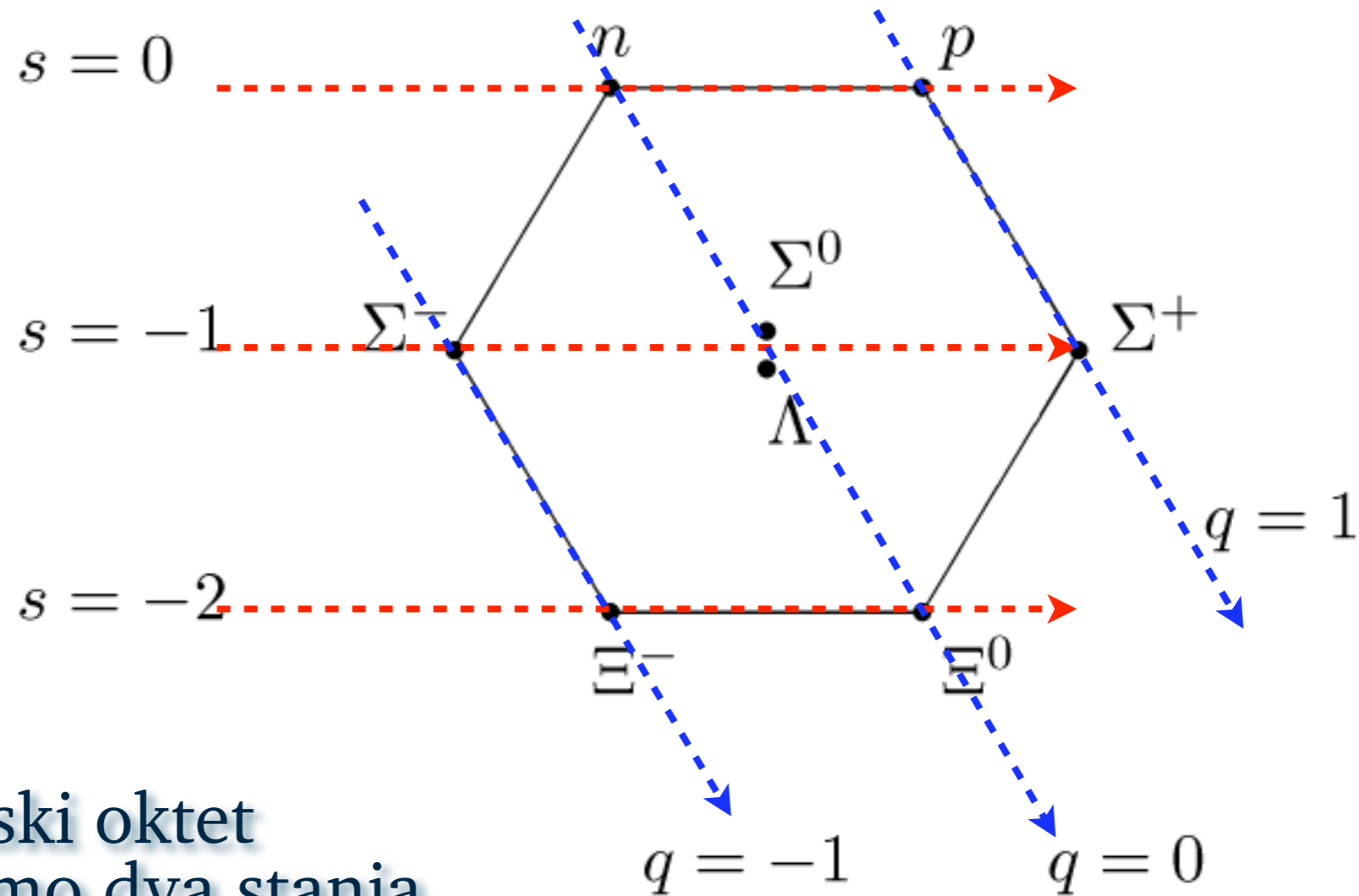
- Vezana ( $q\bar{q}$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina 1 ( $P$ -stanja):



# Kvark Model

## Kvarkovi i barioni

- Vezana ( $qqq$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina  $1/2$ :

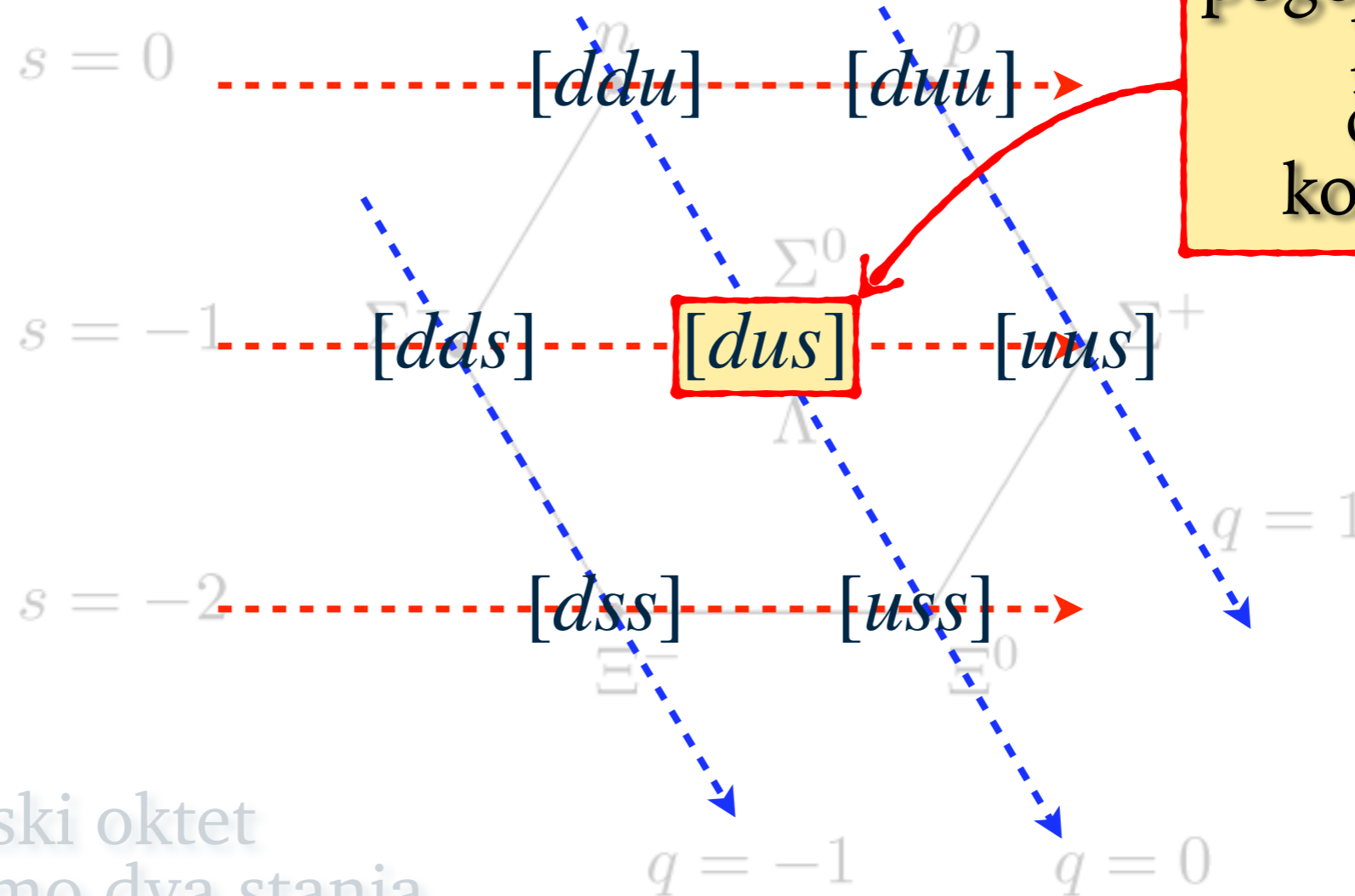


Barionski oktet  
ima samo dva stanja  
sa  $s = -1$  i  $q = 0$ .

# Kvark Model

## Kvarkovi i barioni

- Vezana ( $qqq$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina 1/2:



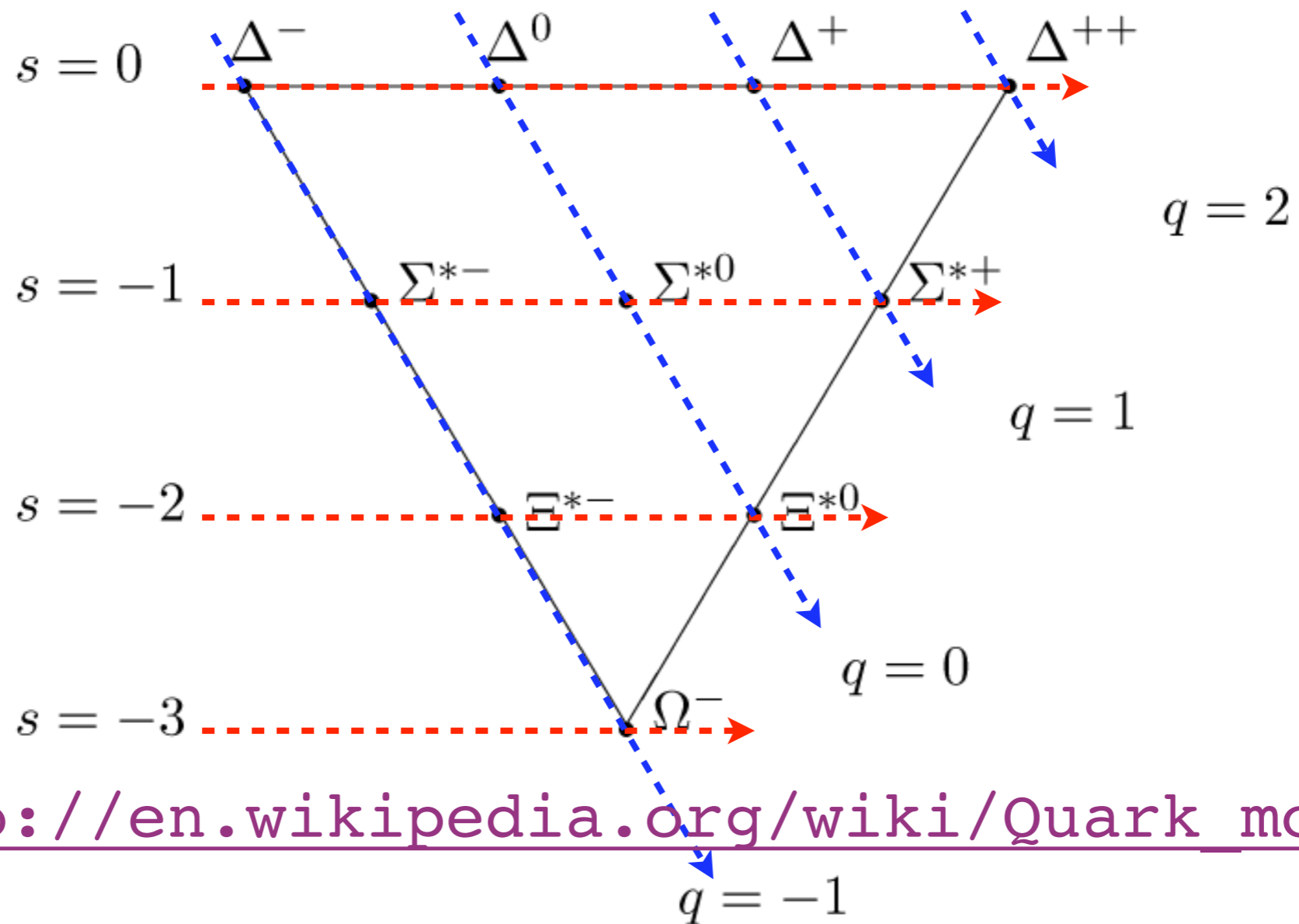
pogodne linearne kombinacije; čitav oktet je komplikovaniji

Barionski oktet ima samo dva stanja sa  $s = -1$  i  $q = 0$ .

# Kvark Model

## Kvarkovi i barioni

- Vezana ( $qqq$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina  $3/2$ :



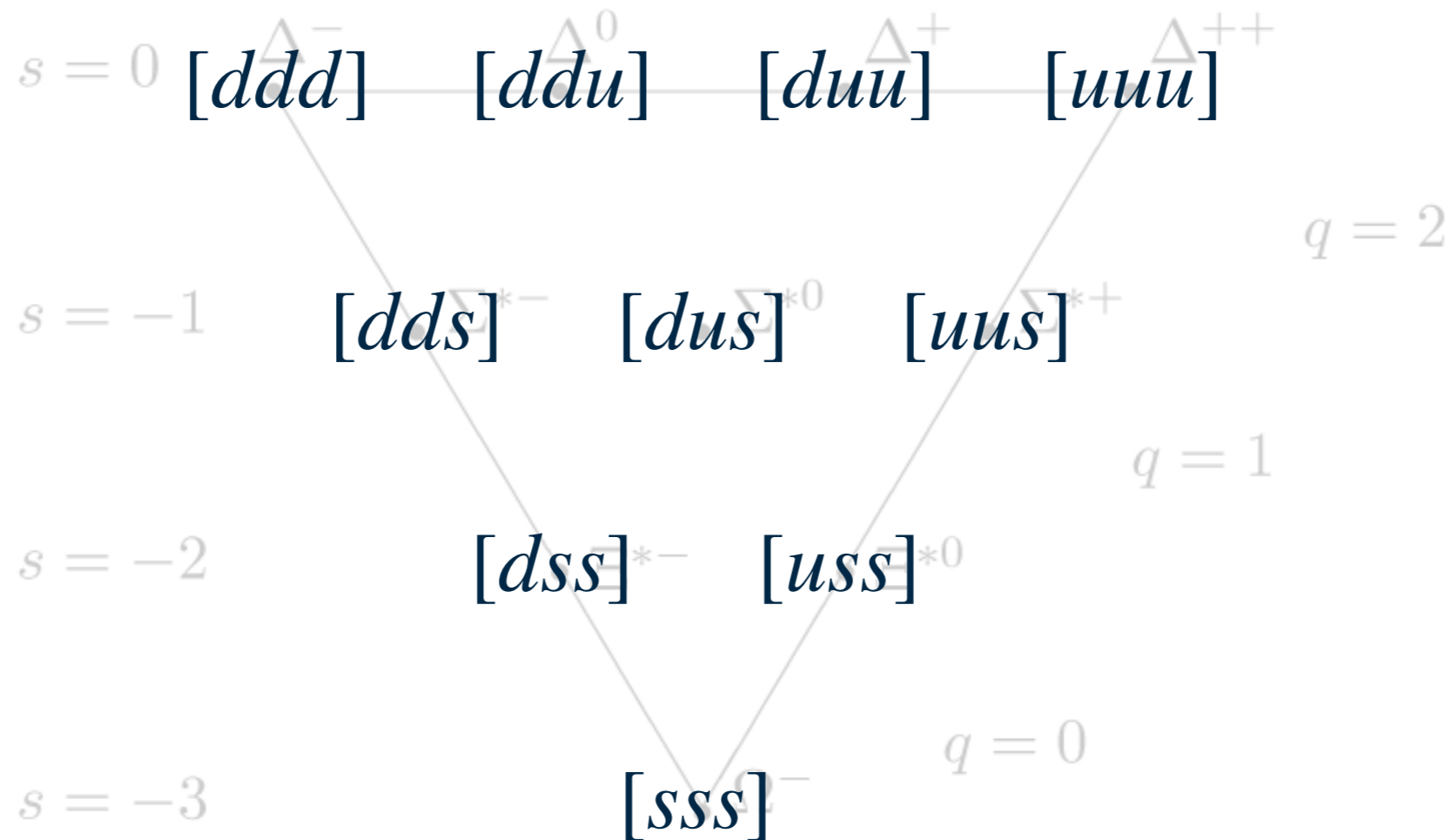
[http://en.wikipedia.org/wiki/Quark\\_model](http://en.wikipedia.org/wiki/Quark_model)

$q = -1$

# Kvark Model

## Kvarkovi i barioni

- Vezana ( $qqq$ ) stanja sa  $u$ ,  $d$  i  $s$  kvarkom, spina  $3/2$ :



Konkretne 3-čestične talasne funkcije su prilično jednostavne.

# Kvark Model

## Kvarkovi i barioni

Kao što faktorizujemo  
$$\Psi(r, \theta, \phi) = \sum_{nlm} R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \phi)$$

- Talasne funkcije vezanih stanja možemo faktorizovati
  - $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \cdot \chi_1(\text{spin}) \cdot \chi_2(\text{ukus}) \cdot \chi_3(\text{boja})$ .
  - Osnovno stanje: faktor  $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$  je sferno-simetričan, pa je dakle i simetričan u odnosu na  $\vec{r}_i \leftrightarrow \vec{r}_j$  razmenu  $\forall i, j$ .
  - Faktor  $\chi_3(\text{boja})$  je antisimetričan u odnosu na  $i \leftrightarrow j$  razmenu  $\forall i, j$ .
  - $\Rightarrow$  proizvod dva faktora  $\chi_1(\text{spin}) \cdot \chi_2(\text{ukus})$  mora biti totalno simetričan u odnosu na  $i \leftrightarrow j$  razmenu  $\forall i, j$ .
- Ako je faktor  $\chi_1(\text{spin}) = \text{totalno simetričan} \Rightarrow \text{spin-}^3/2$ ,
- onda je i  $\chi_2(\text{ukus})$  totalno simetričan  $\Rightarrow$  desetorka

# Simetrizacija spina i ukusa

## Sabiranje spina

SU(2) & SU(3)

- Označimo

$$|\uparrow\rangle := |\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle, |\downarrow\rangle := |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle; \quad |\uparrow\uparrow\rangle := |\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle \otimes |\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle, \text{ itd.}$$

- Onda imamo da je

$$|\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle \otimes |\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle = \begin{cases} \begin{cases} |1, +1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle, \\ |1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \\ |1, -1\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle, \end{cases} & \text{triplet} \\ |0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle), & \text{singlet} \end{cases}$$

- gde je „triplet“ simetričan u odnosu na razmenu dva faktora
- a „singlet“ antisimetričan u odnosu na razmenu dva faktora

# Simetrizacija spina i ukusa

## Sabiranje spina

SU(2) & SU(3)

Isti formalizam i za spin i za izospin:  $|u\rangle \sim |\uparrow\rangle$  i  $|d\rangle \sim |\downarrow\rangle$

Proizvod dva faktora

$$\begin{aligned} |\text{spin}\rangle_{(12)} |\text{izospin}\rangle_{(12)} &= (+|\text{spin}\rangle_{(21)}) (+|\text{izospin}\rangle_{(21)}) \\ &= + (|\text{spin}\rangle_{(21)} |\text{izospin}\rangle_{(21)}) \end{aligned}$$

ili

$$\begin{aligned} |\text{spin}\rangle_{[12]} |\text{izospin}\rangle_{[12]} &= (-|\text{spin}\rangle_{[21]}) (-|\text{izospin}\rangle_{[21]}) \\ &= + (|\text{spin}\rangle_{[21]} |\text{izospin}\rangle_{[21]}) \end{aligned}$$

ili, naravno:

$$|\text{spin}\rangle_{(12)} |\text{izospin}\rangle_{[12]} = - (|\text{spin}\rangle_{(21)} |\text{izospin}\rangle_{[21]})$$

$$|\text{spin}\rangle_{[12]} |\text{izospin}\rangle_{(12)} = - (|\text{spin}\rangle_{[21]} |\text{izospin}\rangle_{(21)})$$

# Simetrizacija spina i ukusa

Dekuplet (10)

SU(2) & SU(3)

- Spinski faktor,  $\chi_1$  (spin), je

$$|\frac{3}{2}, m_s\rangle := \left\{ \begin{array}{l} |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle_{(123)}, |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle_{(123)}, |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle \\ m_s = \quad +3/2 \quad \quad +1/2, \quad \quad -1/2, \quad \quad -3/2 \end{array} \right\}$$

- gde je

$$|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle_{(123)} := \frac{1}{\sqrt{3}} (|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) \quad m_s = +1/2$$

- Sve linearne kombinacije ovih stanja su totalno simetrične.
- 

- Analogno za faktor ukusa (vrste), ali sa tri kvarka

$$\chi_2(\text{ukus}) := \{ |ddd\rangle, |ddu\rangle_{(123)}, \dots, |dus\rangle_{(123)}, \dots, |uss\rangle_{(123)}, \dots, |sss\rangle \}$$

$$|abc\rangle_{(123)} := \frac{1}{\sqrt{3!}} (|abc\rangle + |acb\rangle + |cab\rangle + |cba\rangle + |bca\rangle + |bac\rangle)$$

- $\Rightarrow$  „dekuplet“ (desetorka), tj. 10 bazisnih stanja.

# Simetrizacija spina i ukusa

Oktet (8)

SU(2) & SU(3)

- U spin-ukus faktorima oblika

$$|\uparrow\downarrow\bullet\rangle_{[12]} |du\star\rangle_{[12]} + |\uparrow\bullet\downarrow\rangle_{[13]} |d\star u\rangle_{[13]} + |\bullet\uparrow\downarrow\rangle_{[23]} |\star du\rangle_{[23]}$$

- gde: „ $\uparrow, \downarrow, \bullet$ “  $\in \{|\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle, |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle\}$  a „ $d, u, \star$ “  $\in \{d, u, s\}$ ,

- tako da imamo spin- $(\pm\frac{1}{2})$  barione:  $[ddu]$   $[duu]$

$$[dds] \quad [dus] \quad [uus]$$

$$[dss] \quad [uss]$$

- gde su svih osam talasnih funkcija simetrizovane po obrascu datom gore.

# Hvala na pažnji

**Tristan Hübsch**

*Department of Physics and Astronomy, Howard University, Washington DC*

*Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD*

*Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, Novi Sad, Serbia*

<https://tristan.nfshost.com/>